

Prof. Dr. Roland Z. Bulirsch

Griechenland in München
Constantin Carathéodory
Bauingenieur und Mathematiker

Vortrag am 28. Juni 2007
im Plenarsaal der
Bayerischen Akademie der Wissenschaften

In Deutschland einen öffentlichen Vortrag über einen Mathematiker anzukündigen ist ein Wagnis. Eher eine Selbstverständlichkeit im Lande der Aufklärung Frankreich, wird ein solches Unterfangen in den Ländern deutscher Sprache mit gemischten Empfindungen aufgenommen. Die Bayerische Akademie der Wissenschaften ist dieses Wagnis eingegangen.

Um die Jahreswende 1916/17 erhält der Göttinger Professor für Mathematik, Constantin Carathéodory, ein Grieche und Bauingenieur mit Offizierspatent, einen Brief.

Lieber Herr Kollege,

Ihre Ableitung finde ich wundervoll. Zuerst hatte mir ein auf der zweiten Seite befindlicher kleiner Schreibfehler Schwierigkeiten verursacht. Nun verstehe ich alles. Sie sollten die Theorie in dieser Form in den Annalen der Physik publizieren; denn die Physiker wissen gewöhnlich nichts von diesem Gegenstand, wie dies auch bei mir der Fall war. Ich muß Ihnen mit meinem Briefe erschienen sein, wie ein Berliner, der soeben den Grunewald entdeckt hat und fragt, ob darin schon Menschen gewesen sind.

Wenn Sie sich die Mühe geben wollen, mir auch noch die kanonischen Transformationen darzulegen, werden Sie einen dankbaren und gewissenhaften Zuhörer finden. Wenn Sie aber die Frage nach den geschlossenen Zeitlinien lösen, werde ich mich mit gefalteten Händen vor Sie hinstellen. Hier steht etwas dahinter, des Schweißes der besten würdig.

Beste Grüße, Ihr Albert Einstein

Berlin, Sonntag.

Lieber Herr Kollege!

Ihre Ableitung finde ich wundervoll. Zuerst hatte mir ein auf der zweiten Seite befindlicher kleiner Schreibfehler Schwierigkeiten verursacht. Nun aber verstehe ich alles. Sie sollten die Theorie in dieser Form in den Annalen der Physik publizieren; denn die Physiker wissen gewöhnlich nichts von diesem Gegenstand, wie dies auch bei mir der Fall war. Ich muß Ihnen mit meinem Briefe erschienen sein, wie ein Berliner, der soeben den Grunewald entdeckt hat und fragt, ob darin schon Menschen gewesen sind.

Wenn Sie sich die Mühe geben wollen, mir auch noch die kanonischen Transformationen darzulegen, werden Sie einen dankbaren und gewissenhaften Zuhörer finden. Wenn Sie aber die Frage nach den geschlossenen Zeitlinien lösen, werde ich mich mit gefalteten Händen vor Sie hinstellen..... Hier steht etwas dahinter, des Schweißes der besten würdig.

Beste Grüße
Ihr A. Einstein.

Albert Einstein mit gefalteten Händen vor Carathéodory; und das war nicht nur hingeschrieben.

Bei der Aufnahme Carathéodorys in die Preußische Akademie der Wissenschaften in Berlin 1919 hatte kein Geringerer als Max Planck die Laudatio gesprochen. Planck war damals gerade mit dem Nobelpreis für Physik ausgezeichnet worden. Im Jahre zuvor, 1918, war Carathéodory wieder nach Berlin zurückgekehrt, in seine Geburtsstadt. Von Berlin nach Berlin, aber auf welchen Wegen. Und was für ein ungewöhnliches Leben!

Am 13. September 1873 wird er in Berlin als Sohn des türkischen Gesandtschaftattachés geboren. Schon ein Jahr später kehren die Eltern an die hohe Pforte nach Konstantinopel zurück. Kurz darauf, 1875, wird der Vater türkischer Botschafter in Brüssel. Die osmanischen Sultane schenken den Carathéodorys ihr Vertrauen, das war nicht selbstverständlich, die Carathéodorys waren Griechen, aus Thrazien. Carathéodorys Vorfahren hatten hohe staatliche Positionen inne. Ein Großonkel, Alexander Carathéodory Pascha, war türkischer Botschafter in Rom, später sogar Außenminister,

und hatte als türkischer Delegierter auf dem Berliner Kongress 1878 das Osmanische Reich vertreten, dort vielleicht etwas zuviel für Griechenland getan, denn kurz darauf wird er vom Sultan entlassen.

Constantin Carathéodory wächst in Brüssel in der Obhut seiner Großmutter auf; Griechisch und Französisch sind seine Sprachen. Deutsch lernt er erst später von einer deutschen Erzieherin. Die Urgroßeltern leben in Marseille, der junge Carathéodory trifft dort viele der väterlichen und mütterlichen Verwandten, die über den ganzen europäischen Kontinent verstreut sind. In Brüssel geht er zur Schule. 1886, dreizehn Jahre ist er alt, schickt man ihn aufs französische Gymnasium, *Athénée Royal d'Ixelles*. Im Geometrie-Unterricht entdeckt er seine Liebe zur Mathematik, und er gewinnt bei den im französischen Schulsystem üblichen Wettbewerben, den *Concours generaux*, mehrere Male den ersten Preis für Mathematik.

1891 legt er das belgische Abitur ab und tritt als *élève étranger* in die *École Militaire de Belgique* ein, eine Militärkadettenanstalt. Vier Jahre bleibt er dort. Die Schüler sind kaserniert, der Tag beginnt um fünf Uhr morgens, zum Unterricht gehören Exerzieren, Reiten, Leibesübungen. Der technische Unterricht wird von Offizieren des Pionierwesens, die große Erfahrung im Bauen hatten, erteilt. Carathéodory lobt die Schule: in Darstellender Geometrie lernt er die geometrische Anschauung zu schätzen, als eine Art Spiel zu betätigen,



mit dessen Hilfe er die verschiedensten Probleme lösen kann. Er rühmt die Vorlesungen über Mechanik und Thermodynamik; Carathéodory hatte viele Freundschaften in der Schule geschlossen, später hat er immer wieder seine Freunde vom Militär in Belgien aufgesucht; dem Militär dort fühlte er sich verbunden. Vierzig Jahre später, um 1936, da wird er schon Geheimrat in München sein, trifft er seine alten Bekannten in Belgien ein letztes Mal. Einige waren inzwischen zu Armeekorps-Kommandanten, Generalinspektoren der Artillerie und des Pionierwesens avanciert; sein alter Freund Neefs kommandierte jetzt als General die Militärschule.

1895 geht sich der junge Carathéodory mit seinem Offizierspatent – Bauingenieur im Offiziersrang – in die Türkei nach Mytilene (Lesbos), sein Vetter Aristarchi ist der Ingenieur der Provinz und hat dort das gesamte Straßennetz gebaut. Carathéodory hilft ihm auch bei der Planung der Straßen von Samos, das Projekt wird aber nicht ausgeführt, der Griechisch-Türkische Krieg 1896/97 verhindert es. Carathéodory geht nach London, wenig später, 1898, nach Ägypten, nach Assuan und Assiout. In Assiout arbeitet er zwei Jahre als Assistant-Engineer am Bau der Staudämme für die Nil-Regulierung. Tag und Nacht wird dort gegraben und gebaut, Carathéodory verbringt viele Nächte auf dem durch die Pumpenanlagen trockengelegten Boden des Nils. Am Abend und in der Nacht liest er bei brütender Hitze mathematische Lehrbücher, die Vorlesungen über Analysis von Camille Jordan liest er ganz besonders. Nebenbei verfasst er eine Arbeit über die Cheopspyramide.

Carathéodory freundet sich mit dem Archäologen Carter an. Der hatte bisher unbekannte, in Felsen gehauene ägyptische Königsgräber entdeckt. Carter und Carathéodory betreten als erste die jahrtausendlang unberührten Gräber.

Im Jahre 1900 entschließt sich Carathéodory, wieder nach Europa zurückzukehren, um sich ganz der Mathematik zu widmen. Seine Familie, alle seine griechischen Freunde fanden die Idee, eine gesicherte, hochangesehene Position, die Carathéodory alle Möglichkeiten bot, zu verlassen um, wie

Carathéodory es nennt, einen romantischen Trieb zu befriedigen, nicht nur komisch, sie waren außer sich, waren entsetzt, und Carathéodory selbst war nicht überzeugt, dass es gelingen würde. Aber er stand unter der Zwangsvorstellung, dass erst die Beschäftigung mit der Mathematik seinem Leben Sinn und Inhalt geben würde. Offen war für ihn nur, wo er studieren sollte. Sollte er nach Paris gehen, das wäre nur natürlich gewesen, denn er war im französischen Kulturkreis aufgewachsen. Oder sollte er vielleicht in Berlin studieren? In seiner Antrittsrede 1919 vor der Preußischen Akademie der Wissenschaften sprach er darüber: *In unserem Hause befand sich ein vor mehr als 60 Jahren eigenhändig gewidmetes Bild Alexander von Humboldts, das ich immer noch mit Stolz in meinem Arbeitszimmer aufbewahre, für mich [blieb] eine Tradition lebendig, die mich fast unbewußt nach der Stätte führte, in der dieser greise Fürst im europäischen Geistesleben, die Summe seiner Lebensarbeit gezogen hat.*



1900, Carathéodory in Berlin. Den Vorlesungen des bekannten Mathematikers Frobenius folgt er mit Enthusiasmus, aber er schließt sich dann doch lieber Herrmann Amandus Schwarz an, dem Nachfolger von Weierstraß, und er lernt bei ihm und von ihm Funktionentheorie. Er erfährt an sich, und er sagt es auch immer wieder, dass man in der Mathematik eine allgemeine Theorie am besten verstehen kann, wenn man spezielle Beispiele von Grund auf beherrscht – wenn man das nur noch wüsste und beherrschte, die ganze Misere des heutigen Mathematikunterrichts und der -ausbildung ist damit erklärt.

Carathéodory freundet sich mit den Mathematikern Erhard Schmidt und Fejér an. Er trifft Hartogs, trifft Koebe, Hill. 1902 übersiedelt Carathéodory nach Göttingen in die damalige Hochburg der Mathematik, die vom Licht der mathematischen Doppelsonne Felix Klein, David Hilbert erleuchtet wird. Seinen Vater in Brüssel besucht er häufig, gelegentlich fährt er zu seinem Bruder Telemachos, der ist Direktor des Kanals von Korinth. Dort, am Saronischen Meer, schreibt Carathéodory seine erste mathematische Arbeit: *Die Charakteristikentheorie der partiellen Differentialgleichung 1. Ordnung*. Ein Göttinger Vortrag von Hans Hahn aus Wien über die 2. Variation regte ihn an, sich mit einem Problem der Variationsrechnung zu beschäftigen. Carathéodory: Eine Lampe, umgeben von einem halbkugelförmigen Globus, projiziert Punkte des Globus auf den Fußboden. Gesucht eine Kurve vorgegebener Länge auf dem Globus, so, dass ihr Schatten auf dem Fußboden möglichst lang oder kurz ist. Er findet die Lösung: Zwei Strecken, die eine Ecke bilden, und nur wenig später hat er seine Doktorarbeit über die *Diskontinuierlichen Lösungen der Variationsrechnung* fertig.

I

Über die diskontinuierlichen Lösungen
in der Variationsrechnung*

[Doktor-Dissertation, Universität Göttingen 1904, S. 1-71]

Einleitung

§ 1. Die Fragestellung. Der Zweck der vorliegenden Arbeit besteht darin, die einfachsten Probleme der Variationsrechnung, sowohl die gewöhnlichen als auch die isoperimetrischen, in Bezug auf ihre *diskontinuierlichen Lösungen* zu untersuchen.

In den klassischen Problemen der Variationsrechnung sind Unstetigkeiten in der Fortschreitungsrichtung der Lösungen meistens nur in solchen Stellen aufgetreten, wo die Lagrangesche Differentialgleichung oder die Funktion unter dem betrachteten Integral nicht mehr alle Bedingungen erfüllen, vermöge deren die Aufstellung der allgemeinen Theorie ermöglicht wird.

So besteht zum Beispiel die Meridiankurve der Rotationsminimalfläche zwischen zwei Punkten manchmal nicht aus einer Kettenlinie, sondern aus zwei zu der Rotationsachse senkrechten Geraden und aus einem Stück der Achse selbst.¹

Nun lautet aber die Differentialgleichung dieses Problems folgendermaßen:

$$(1) \quad y y'' - (1 + y'^2) = 0.$$

Die Rotationsachse $y = 0$ ist also keine Lösung der Differentialgleichung und kann nur deswegen gelegentlich einen Bestandteil des Kurvenzuges bilden, für welchen das Minimum erreicht wird, weil wegen der Natur der Fragestellung diese Kurve ganz auf der einen Seite der Achse liegen muß.²

¹ *Benj. Goldschmidt*, Determinatio superficiei minimae rotatione curvae data duo puncta iungentis circa axem ortae. Preisschr. Göttingen 1831.
² *J. Traubner*, Researches in the Calculus of Variations. London 1871. § 68.

* [Berichtigungen, die noch vom Autor selbst vorgenommen wurden (nur auf S. 1-60) sind durch den Zusatz „A.“ gekennzeichnet.]

Die Möglichkeit dieser Darstellung wird im § 29 des Lehrbuchs von *Kneser* (S. 108) bewiesen, und es lassen sich diese Entwicklungen in der Umgebung jedes regulären Anfangselementes $a_0, b_0, \alpha_0, \beta_0$ bewerkstelligen.

Es sei jetzt eine im Punkte o reguläre Kurve

$$(15) \quad \Gamma(a, b) = 0$$

gegeben, deren Tangente in diesem Punkte im Inneren des Winkels 102 liegt, den die Zweige einer diskontinuierlichen Lösung bilden, die also keine der beiden Extremalen in o berührt.

Es ist daher

$$\Gamma(a_0, b_0) = 0$$

und mindestens eine der Größen

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial a}, \quad \frac{\partial \Gamma}{\partial b}$$

für $a = a_0, b = b_0$ von Null verschieden; wir haben also zum Beispiel

$$(16) \quad \Gamma'_b = \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial b} \right)_{a=a_0, b=b_0} \neq 0.$$

Die gebrochenen Extremalen 1' o' 2', deren Knickpunkte auf der Kurve $\Gamma(a, b) = 0$ liegen, bilden in der Umgebung von a_0, b_0 ein Feld, das den Kurvenzug 102 umgibt (Fig. 8).

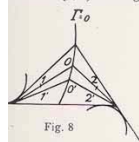
Wir wollen dies zunächst für denjenigen Teil der Ebene beweisen, welcher, in der Umgebung von o , auf derselben Seite der Kurve $\Gamma = 0$ liegt wie das Extremalstück 10. Da $\Gamma'_b \neq 0$ ist, kann man die Gleichung (15) nach b auflösen und bekommt:

$$b - b_0 = \mathfrak{P}(a - a_0).$$

Setzt man diesen Wert von b in die aus (13) gewonnenen Potenzreihen*

$$a - a_0 = \mathfrak{P}_1(a - a_0, b - b_0), \quad \beta - \beta_0 = \mathfrak{P}_2(a - a_0, b - b_0)$$

* [In den folgenden Formeln wurde gegenüber dem Original ein Druckfehler berichtigt und die Bezeichnungsweise der Deutlichkeit halber geändert.]





Er überreicht sie Hermann Minkowski, einem der Begründer der speziellen Relativitätstheorie, als Dissertation, besteht nur wenig später das Rigorosum, wird in angewandter Mathematik von Felix Klein, in Astronomie von dem nicht minder berühmten Schwarzschild geprüft.

1903, Carathéodory will sich jetzt nicht mehr länger in Deutschland aufhalten und das Land verlassen. Er will wieder weg. Vielleicht hat er gefühlt, dass er doch mehr Grieche und Franzose ist. Aber die berühmten Göttinger Mathematiker hatten längst die Jahrhundertbegabung des jungen Griechen erkannt, und Felix Klein macht ihm den Vorschlag, sich in Göttingen zu habilitieren; und das Gespräch mit Klein entscheidet über das Schicksal seines ganzen weiteren Lebens. David Hilbert drängt ihn, sofort seine Habilitationsschrift zu schreiben, und die Philosophische Fakultät erlaubt ihm, auf Vorschlag Hilberts, die Habilitationsschrift gleich nach Erwerb des Doktorgrades einzureichen.

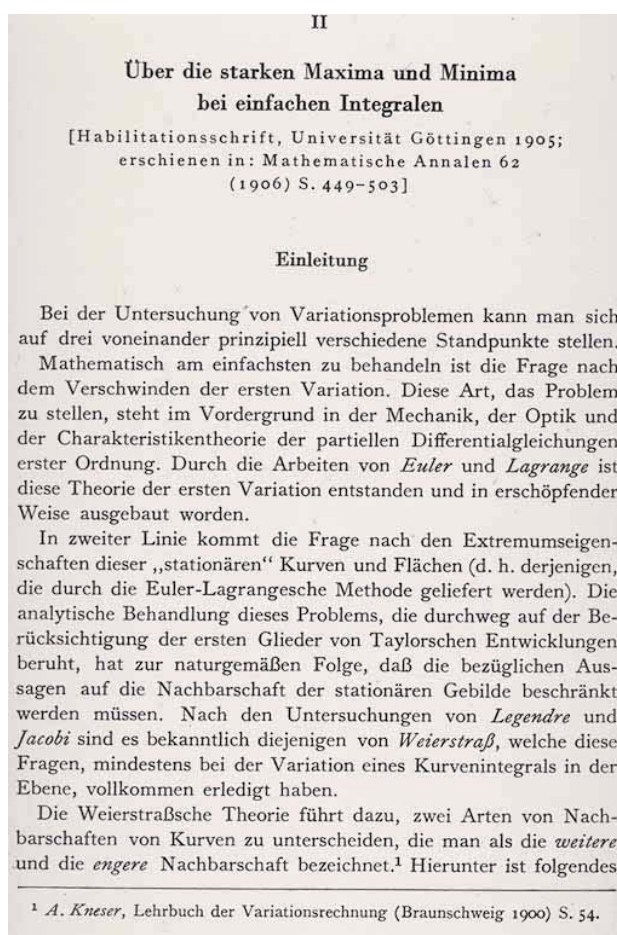
Und so wurde keine 5 Jahre nach Beginn seines Mathematikstudiums der 31jährige griechische Bauingenieur Carathéodory schon Privatdozent der Mathematik an der damals weltberühmten Universität Göttingen. Drei Jahre bleibt er in Göttingen. Er trifft Ludwig Prandtl, Herglotz, Toeplitz und auch Koebe wieder. Der Mathematiker Runge imponiert ihm besonders. Carathéodory: *Die Art wie Runge die Mechanik handhabte war staunenswert. Als die Brüder Wright ihre ersten Flugversuche unternahmen, konnte Runge mit Hilfe von Modellen, die er aus Papierschnitzeln anfertigt und die er mit einer Stecknadel belastete und im Gleitflug herunterfallen ließ, die Leistung des Motors über welche die Angaben geheim waren, ziemlich genau abschätzen. Diese Fähigkeit hat mich am meisten beeindruckt. Daneben war er auch ein erstklassiger reiner Mathematiker.*

Aber inzwischen gab es einen weiteren Stern am Himmel der Mathematik: *Carathéodory*.

1908 wechselt er als Privatdozent nach Bonn, ein Jahr später, 1909, wird er ordentlicher Professor an der Technischen Hochschule Hannover und im Jahr darauf wird er an die neugegründete Technische Hochschule Breslau berufen. Göttingen holt ihn 1913 zurück, als Nachfolger des großen Felix Klein. 1918 erhält er das Angebot nach Berlin.

Carathéodory wird in Göttingen hoch verehrt. Bei seinem Weggang nach Berlin 1918 dichten Studenten und Assistenten

Prof. Carathéodory
Geht fort nach Berlin
Und wär' hier nicht Göttingen
Auch wir zögen hin.



Weitere 36 Strophen folgen, mit manchen Spitzen gegen die damaligen Göttinger Größen der Mathematik, nur Carathéodory erfährt uneingeschränktes Lob. So heißt es zwischendurch

Und nimmt nun statt Cara
Ein andrer den Platz
Und ist es auch Hecke
,s ist nur Cara-Ersatz.

Am Ende heißt es noch:

Und unserem Cara
Dem wünschen wir Glück
Gefällt ihm Berlin nicht
Kehr' zu uns er zurück!

Zwei Jahre später, 1920, verlässt er Berlin wieder. Carathéodory folgt einem Ruf der griechischen Regierung: die will in Smyrna eine Universität errichten, die Carathéodory von Grund auf gestalten soll. In Smyrna lebten zu dieser Zeit 200 000 Griechen, 90 000 Türken, 50 000 bekannten sich zum Judentum, dazu gab es einige Tausend Armenier und Levantiner. Carathéodory schwebte als Idee eine ganz besondere Universität vor, eine Universität, in der Morgenland und Abendland „vereint“ sein, morgenländisches und abendländisches Denken eine Heimstätte haben sollten, was immer das heute auch heißen mag. Zwei Jahre bleibt Carathéodory in Smyrna – und es endet in einer Katastrophe.

1920 hatte das Osmanische Reich in Sèvres kapituliert. Griechenland war ein Gebiet im Umkreis des Hafens Smyrna in der Ost-Ägäis zugesprochen worden. Aber dem damaligen Ministerpräsidenten Griechenlands, Venizelos, genügte das nicht, er wollte ein hellenisches Großreich, das nach der Wiedergewinnung Konstantinopels über weite Teile Anatoliens herrschen sollte. Von Smyrna ausgehend, rücken gut ausgerüstete griechische Divisionen nach Osten vor, stoßen tief ins Innere Anatoliens, gelangen bis 100 km vor Ankara. Das Kriegsglück war auf ihrer Seite. Doch General Mustafa Kemal Pascha, der spätere Atatürk, kann die schlecht ausgerüsteten, versprengten und demoralisierten türkischen Soldaten in einem schlagkräftigen Heer sammeln. Der griechische Generalstab ahnt nichts, will vielleicht auch nichts wissen. Am 25. August 1922 wird in Afyon ein großes Tanzfest veranstaltet. Mitten in diesen Ball hinein beginnt der türkische Angriff, feuert die türkische Artillerie aus allen Rohren. Die Türken treiben die völlig überraschten griechischen Soldaten vor sich her, gelangen in wenigen Tagen bis Smyrna und werfen die griechischen Divisionen dort buchstäblich ins Meer. Es soll unglaublich große Verluste gegeben haben. Eine unfassbare Tragödie. Westanatolien ist für Griechenland verloren, das griechische Smyrna wird zur türkischen Stadt Izmir, heute leben dort keine Griechen mehr.

Dem ehemaligen Offizier Carathéodory kann die militärisch nicht nachvollziehbare Strategie des griechischen Generalstabs in West-Anatolien nicht verborgen geblieben sein. Er muss Schlimmes geahnt und wahrscheinlich mehr gewusst haben als die anderen, dem *multilingualen* Carathéodory



– er sprach neben allen westlichen Sprachen auch noch Türkisch – müssen da manche Dinge zugetragen worden sein. Noch vor dem türkischen Angriff bringt er seine Familie, Frau, Sohn und Tochter auf der vorgelagerten griechischen Insel Samos in Sicherheit. Allein kehrt er nach Smyrna zurück. Er bleibt, hat aber alles für eine eventuelle Evakuierung vorbereitet und harrt in den Kriegswirren bis in die letzten Sekunden aus. Er bringt – die Türken sind bereits in Smyrna – kaltblütig Inventar und kostbares Schrifttum auf Booten nach Griechenland in Sicherheit, gerät selbst in Lebensgefahr, kann sich aber noch aus dem an allen Ecken und Enden brennenden Smyrna retten. Der ehemalige Militär und Offizier Carathéodory rettet den Mathematiker Carathéodory.

Der amerikanische Konsul Horton: *Einer der letzten Griechen, die ich in den Straßen Smyrnas vor dem Einfall der Türken sah, war Professor Carathéodory, Präsident der zum Untergang verurteilten Universität. Mit ihm verließ die Inkarnation des griechischen Genius, Kultur und Zivilisation den Orient.*

Carathéodory findet Zuflucht an der Universität Athen. Er hält Vorträge in der griechischen mathematischen Gesellschaft, spricht dort über den Mathematikunterricht an den Höheren Schulen, verfasst Rezensionen über griechische Mathematikbücher und arbeitet an einer Axiomatik für Einsteins Relativitätstheorie. Doch es war keine gute Zeit für Carathéodory, manche sollen ihm offen ihre Ablehnung gezeigt haben, müssen die Genialität Carathéodorys gespürt haben. Da kann ihn Deutschland und Bayern zurückholen. 1924 wird er Nachfolger von Ferdinand Lindemann an der Universität München. Ein Glücksfall für dieses Land. Ein Jahr später, 1925, wird er zum ordentlichen Mitglied der Bayerischen Akademie der Wissenschaften gewählt. Den Antrag zur Aufnahme unterzeichnete auch das hochangesehene Mitglied der Akademie Alfred Pringsheim, Schwiegervater Thomas Manns. Später wird Carathéodory in der Akademie mitverantwortlich sein für die Herausgabe der Werke des großen Johannes Kepler.



1930 erhält er wieder einen Ruf der griechischen Regierung. Man bittet ihn, die Neuorganisation der Universitäten Athen und Thessaloniki in die Hand zu nehmen. Carathéodorys Münchner Kollegen sind fassungslos, der große Physiker Arnold Sommerfeld, mit dem Carathéodory eng befreundet ist, beschwört ihn, nicht zu gehen, „er müsse sich doch nicht schon wieder eine Dornenkrone aufsetzen“. Aber der Grieche Carathéodory geht, voller Pflichtgefühl, sein Heimatland hat ihn wieder gerufen; er bleibt aber immer nur für einige Monate in Athen, verfertigt für die Regierung Denkschriften zum Umbau der Universitäten. Daneben schreibt er für die große griechische Enzyklopädie einen Beitrag über Mathematik. Auf der Akropolis untersucht er den Parthenon. Er misst die Kurven am Sockel und die Abstände der Säulen. Ergebnis seiner Messungen: die Kurven der östlichen und westlichen Seite des Tempels werden mit großer Genauigkeit durch Kreise von 1850 m Radius dargestellt, die Kurven der nördlichen und südlichen Seite durch Kreise, deren Radius genau 3mal so groß ist, über 5550 m.



Carathéodory hat in der Mathematik überragende Leistungen vollbracht.

Über die Kurven am Sockel des Parthenon
und die Abstände seiner Säulen

[ΑΡΧΑΙΟΛΟΓΙΚΗ ΕΦΗΜΕΡΙΣ 1937 (Hundertjahrband)
p. 120-124]*

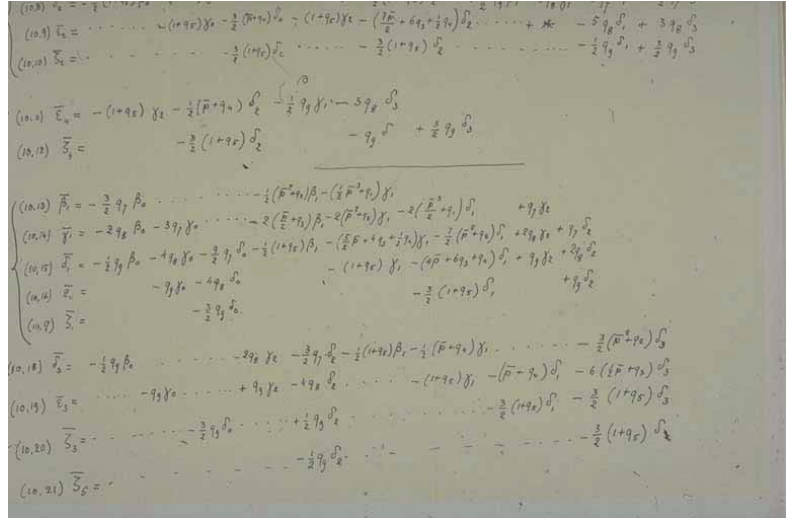
1. Penrose ist der erste, der eine genaue Beschreibung der Kurven des Parthenon veröffentlicht hat; seitdem hat eine lebhafte Erörterung über die Frage stattgefunden, ob diese Kurven zufällig sind oder ob der Architekt einem mathematischen Gesetz bei der Anlage derselben folgte. Penrose hat die Meinung geäußert, daß diese Kurven Parabeln sind, und ebendieselbe Theorie entwickelt in einer erst jüngst erschienenen Abhandlung der amerikanische Archäologe Gerham Philips Stevens.¹ Letzterer stützt sich auf etliche Vitruvustellen und erklärt sehr klar die Art der Ausführung dieser Kurven.

Im Grunde sind die Beobachtungen und Berechnungen des Herrn Stevens richtig; aber dies hindert nicht, es als ein Ding der Unmöglichkeit zu betrachten, daß der Architekt des Parthenon parabolische Kurven anlegen wollte, weil der Begriff der Kegelschnitte im allgemeinen und der Parabel im besonderen sehr viel jünger als das 5. Jahrhundert v. Chr. ist.

Wenn wir nun die Meinung vertreten, daß die Kurven der Stufen des Tempels mathematischer Natur sind, so müssen wir annehmen, daß *Iktinos* die Absicht hatte, diejenigen Kurven anzulegen, die man zu der Zeit als einzige kannte, d. h. Kreise mit sehr großem Radius. Solche Kreise unterscheiden sich in Wirklichkeit keineswegs von jenen Parabeln, die Penrose und Stevens untersuchen. Ganz besonders, wenn man solche Kreise im Raume schlagen will, so gibt es dafür keine andere Methode als diejenige, die Stevens beschreibt, indem er sich auf die von ihm zitierte Vitruvustelle, die er erwähnt, stützt. Ungefähr der gleichen Methode bedienen sich heut-

* [Aus dem Griechischen übersetzt von Dr. Stephanos Carathéodory.]
1 Concerning the curvature of the steps of the Parthenon. American Journal of Archaeology 38 (1934) Nr. 4.
27 Carathéodory V

Er arbeitet über Variationsrechnung, reelle Funktionen, Funktionentheorie, Maßtheorie und an der Algebraisierung des Integralbegriffs. Ihm gelingen Durchbrüche, die in der ganzen mathematischen Fachwelt Aufsehen erregen. In seinen Arbeiten verbinden sich *phantasiereichste Raumanschauung mit tiefster Abstraktionskraft*, sie sind meisterhaft geschrieben. Er arbeitet auch über

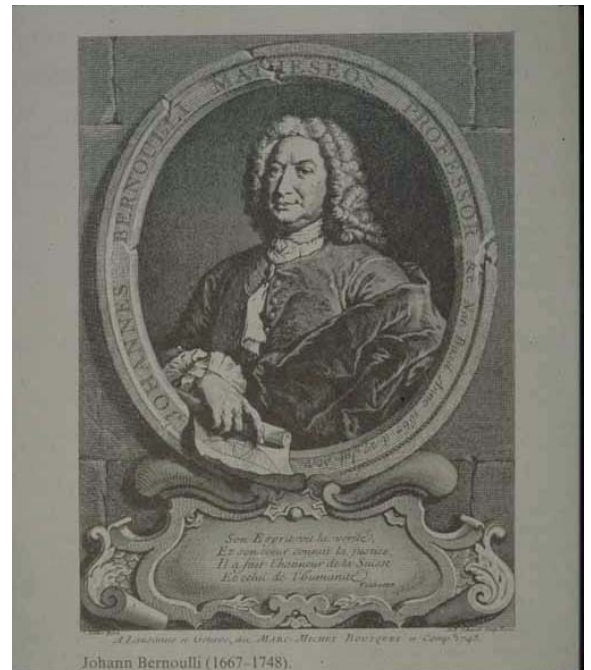


Thermodynamik, geometrische Optik, das Schmidtsche Spiegelteleskop, führt selbst umfangreiche numerische Rechnungen aus, berechnet die Diffraktionskurven aus dem Eikonal. Die Arbeiten finden große Anerkennung bei den Kollegen der Physik. Im Nachruf auf Felix Klein schrieb Carathéodory: *die Mathematik vervielfacht, wie der Riese Antaeus, jedesmal ihre Kraft, wo sie mit der Wirklichkeit, mit dem Erdboden, auf dem sie gewachsen ist, in Berührung kommt.*

Seine besondere Liebe gehört der Variationsrechnung. Diese mathematische Disziplin geht auf Johann Bernoulli aus Basel zurück. Der hatte 1696 in den Acta eruditorum eine seither berühmt gewordene Aufgabe gestellt

Man finde die Kurve kürzester Fallzeit, die zwei gegebene Punkte verbindet. Und Bernoulli fügt hinzu ... aber es besitzt sicher größten Nutzen für andere Wissenschaften, aber auch für die Mechanik, was wohl niemand zunächst glauben würde. Bernoullis Bemerkung war prophetisch.

Der große Max Planck 1919 in der Preußischen Akademie der Wissenschaften: *Sie, Herr Carathéodory, haben auf den doppelten Reiz hingewiesen, der der Variationsrechnung innewohnt, sie lenkt den Blick von dem schwer entwirrbaren Einzelnen auf das leichte überschaubare Ganze faßte Fülle von Einzelaussagen in einem einzigen einfachen Satz zusammen und noch merkwürdiger nicht nur der Mensch auch die Natur begünstigt diese besondere Art der Betrachtungsweise noch manche Frucht Ihrer wissenschaftlichen Tätigkeit möge unsere akademischen Schriften schmücken.*



Johann Bernoulli (1667-1748).

Lieber Herr Kollege!

Ich habe mir in Aussicht gestellt, meine am nächsten über die Ableitung der Hamilton-Jacobi'schen Theorie zu schreiben, wenn Sie mir es selbständig gebracht, und mich einige Stunden meine simple Ableitung, wenn Sie mir die Mühe zu erweisen. Für die Lagrange'sche Transformation gilt

$$\delta \int L dt = 0 \quad \dots (1)$$

$$\text{mit } \frac{\partial L}{\partial q_i} = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - 0 \quad \dots (2)$$

Gründliche Herleitung von

$$\int L dt = \int L(q_i, \dot{q}_i, t) \dots (3)$$

Wobei die q_i die Stufenkoordinaten zu einer bestimmten Stufenzeit t .

Die Lagrange'sche ist eine variationale Funktion des Problems von gemischten Nachstrichen, wobei letztere von (2) erhält man mit Rücksicht auf (1)

$$\delta \sum \frac{\partial L}{\partial q_i} \delta q_i - \sum \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \delta \dot{q}_i - \frac{\partial L}{\partial t} \delta t \dots (4)$$

Daraus erhält man die Hamilton'sche Gleichungssysteme. Denn es ist evident

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} = p_i = \frac{\partial H}{\partial \dot{q}_i} \dots (5)$$

Abb. 15

Zunächst ist

$$\frac{\partial H}{\partial q_i} = - \frac{\partial L}{\partial q_i}$$

Für ein und dasselbe Problem ist aber $\frac{\partial L}{\partial q_i} = \dot{p}_i$ (vgl. die Stufenbedingung, gegeben, aber konstant, sodass auch die $\frac{\partial L}{\partial q_i}$ auf einer Bahn konstant sind. Folgt man stellt die q_i beliebige Funktionen q_i dieser Größen vor, so hat man natürliche Ansatz

$$\frac{\partial H}{\partial q_i} = p_i = \text{konst.} \quad (6)$$

Die Differentialgleichungen von (2) nach der Zeit enthält man

$$\dot{q}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i} = \frac{\partial H}{\partial p_i} + \frac{\partial H}{\partial \dot{q}_i} \dot{q}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i} + \delta p_i \dot{q}_i$$

da

$$\frac{\partial H}{\partial t} + H = 0$$

$$H = \sum p_i \dot{q}_i - L \quad (7)$$

Das ist die Hamilton'sche Jacobi'sche Differentialgleichung, wenn man H zunächst in Funktion der q_i und p_i ausdrückt und dann annimmt, dass es sich $\frac{\partial H}{\partial t}$ versteht.

Abb. 16

Kunst mit natürlicher und konstanter Indebende Umkehrung zwischen. Aber für zu genügt man die formale, nurigen durchsichtige Formel, was es vom Appell gegeben wird. Was mir fehlte, war ein natürlicher Weg aus den Lagrange'schen Gleichungen zu den Gleichungen (3) und (6) zu gelangen. Wollen Sie mich noch etwas mit dem Problem der geschlossenen Zeitlinie nachdenken? Hier liegt der Kern des noch ungelösten Teiles des Raum-Zeit-Problems.

Es grüßt Sie bestens
Ihr ganz ergebener
A. Einstein.

P.S. Natürlich habe ich mir nicht ein, dass diese Trivialitäten uninteressant sind oder neu. Es sind nur die Dinge, die mir das Gefühl der Vertrautheit mit dem Gegenstand geben.

Abb. 17

Hierher gehört auch der erwähnte Brief Einsteins, Teil einer Korrespondenz über die Hamilton-Jacobi-Theorie. Albert Einstein hatte damals, um 1914, seine Ideen und Gedanken zur allgemeinen Relativitätstheorie niedergelegt, und erhoffte sich, mit Hilfe des Mechanismus der Hamilton-Jacobi-Theorie (Abb. 15 u. 16) weitere tiefe Einblicke zu bekommen. Am 6. September 1916 hatte er Carathéodory eine diesbezügliche Abhandlung geschickt. Am Schluss dieses Schreibens bittet Albert Einstein Carathéodory: *Wollen Sie nicht noch etwas über das Problem der geschlossenen Zeitlinien nachdenken? Hier liegt der Kern dieses noch ungelösten Teiles des Raum-Zeit-Problems. Es grüßt Sie bestens Ihr ganz ergebener A. Einstein* (Abb. 17).

Göttingen den 16. 12. 16
Friedhofstr. 31.

Lieber Herr Kollege,

Die Hauptsachen in der Theorie der kanonischen Substitutionen kann man in E. am einfachsten folgendermaßen ableiten:

$$(1) \int L(x_i, \dot{x}_i, t) dt$$

Das Hamilton'sche Integral wird abgeleitet wenn

$$(2) \dot{q}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i} \quad \delta H(x_i, p_i, t) = - \delta \sum p_i \dot{q}_i \quad (x_1, \dots, x_n)$$

so lauten die Differentialgleichungen der Bewegung

$$(3) \dot{x}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i} \quad \dot{p}_i = - \frac{\partial H}{\partial x_i} \quad (x_1, \dots, x_n)$$

Es sei nun

$$(4) x_i = x_i(x_1, \dots, x_n, t) \quad y_i = y_i(x_1, \dots, x_n, t)$$

Die allgemeine Substitution von (2) und (3) mit den Integrationskonstanten

$$(5) \int L(x_i, \dot{x}_i, t) dt = \tilde{L}(x_1, \dots, x_n, t)$$

Das, wenn ich die x_i aus (4) als Funktionen von x_1, y_1, t betrachte

$$\tilde{L}(x_1, \dots, x_n, t) = \Omega(x_1, y_1, t)$$

Abb. 18

partielle Differentialgleichung, so ist nach (1)

$$H = 0$$

und nach (1) für die Lösungen in den neuen Koordinaten

$$\dot{x}_i = \text{Konst.} \quad \dot{y}_i = \text{Konst.}$$

Die ganze Theorie ist also ein Folge der Transformation, die in der Gleichung (1) gegeben ist.

Vergleichen Sie übrigens die Darstellung bei Hamilton'schen Analyse

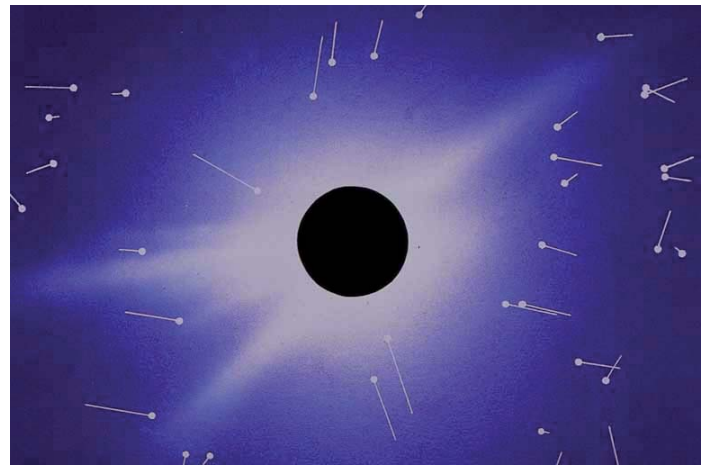
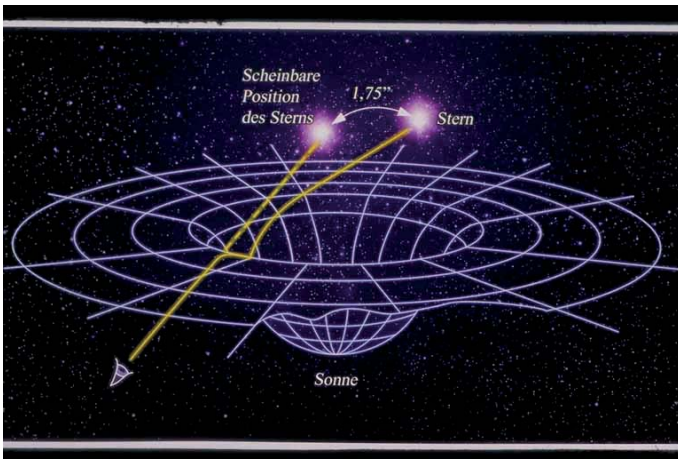
Dynamica p. 292 u. f.

Mit bestem Gruß
Ihr sehr ergebener
C. Carathéodory

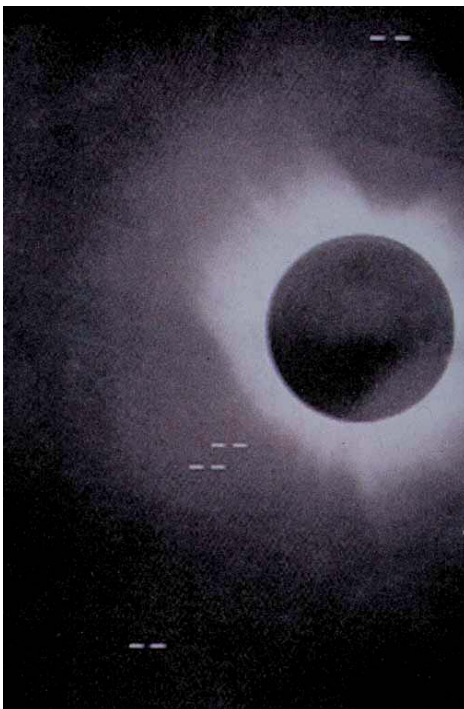
Abb. 19

Carathéodory antwortet am 16. Dezember 1916: *Lieber Herr Kollege, Die Hauptsachen in der Theorie der kanonischen Substitutionen kann man meines Erachtens am einfachsten folgendermaßen ableiten.* Es folgen dann mathematische Ausführungen zur Hamilton-Jacobi-Theorie. Die Abhandlung endet ... *Mit bestem Gruß Ihr sehr ergebener C. Carathéodory.* (Abb. 18 u. 19)

Albert Einstein muss dann als Antwort den eingangs erwähnten Brief an Carathéodory geschickt haben, er ist aber nicht datiert.



Einstein hatte seine neue Theorie um 1915 fertig gestellt. Es war die *allgemeine Relativitätstheorie*, und eines ihrer Resultate war die Lichtkrümmung. Die Photonen, die Lichtteilchen, werden im Schwerfeld eines Sterns abgelenkt, das Licht läuft dort auf krummen Bahnen. Noch waren das Hypothesen, einen experimentellen Nachweis für die Richtigkeit gab es nicht, noch nicht. Aber 1919 gab es eine solche Gelegenheit. Eine Sonnenfinsternis in Brasilien. Britische Astronomen maßen den Abstand von 2 Sternen neben der verfinsterten Sonne. Einige Monate später, die Sonne war inzwischen weitergewandert, wurde der Abstand dieser 2 Sterne wiederum gemessen (in der Nacht).



Resultat: Die Sterne waren jetzt weiter von einander entfernt. Um 1,7 Bogensekunden wurde das Licht der Sterne an der Sonne abgelenkt. Das entsprach genau dem vorhergesagten Wert von Einstein. Die neuen Hypothesen über die Gravitation wurden zur experimentell bestätigten Theorie. Es war die umwälzendste Entdeckung über den Kosmos seit Newton. Einstein, bisher nur Fachkollegen bekannt, wurde mit einem Schlag weltberühmt. Diese Aufnahme der verfinsterten Sonne in Sobral/Brasilien hat Einsteins Weltruhm begründet. Die Ergebnisse über die Krümmung der Lichtbahnen wurden am 7. November 1919 in England in den Tageszeitungen an erster Stelle publiziert. Zwei Tage später in den Vereinigten Staaten. In Deutschland kümmerte man sich nicht darum, Wochen später wurde davon eher beiläufig Notiz genommen. Dabei lebte Einstein zu dieser Zeit in Berlin. Es war freilich auch eine sehr schwere Zeit so kurz nach Ende des verlorenen Krieges.

Einstein war selbst ein ausgezeichnete Mathematiker. Die Fama, er sei in der Schule in Mathematik schlecht gewesen, mit Vorliebe in Deutschland kolportiert, ist nicht wahr. Das Gegenteil trifft zu!

Einstein hatte sich die Schulmathematik selbst beigebracht und sich mit dem Lehrer überworfen, weil er mit dessen Unterricht nicht zufrieden war. Andererseits, welcher Lehrer ist schon zu beneiden, der einen Einstein unter seinen Schülern hat.

Einstein hatte nicht ohne Grund Rat beim sechs Jahre älteren Carathéodory gesucht. Tatsächlich lassen sich manche Probleme in der allgemeinen Relativitätstheorie auf Probleme der Variationsrechnung zurückführen. So laufen die Lichtpartikel, die Photonen, immer so, dass sie in kürzester Zeit von einem Punkt zum anderen gelangen. Genau so wie Johann Bernoullis fallende Kugel aus dem 17. Jahrhundert. Die anzuwendende Mathematik ist die gleiche.

Es gibt einen vertraulichen Schriftwechsel Carathéodory-Einstein; so teilt Carathéodory ihm im Oktober 1925 mit, dass sich Blumenthal – auch der später im Konzentrationslager Theresienstadt umgebracht – außerordentlich über das Geschenk zu seinem 50. Geburtstag gefreut hätte. 1928 gehen Briefe an Einstein über das außerordentlich schwierige Verhältnis zwischen den Mathematikern Brower und Hilbert, beide berühmt und in der Redaktion der *Mathematischen Annalen* tätig. Hilbert und

Brower vertraten unterschiedliche Auffassungen bezüglich der Grundlagen der Mathematik. Man liest von der Feindschaft Browsers gegen Hilbert, erfährt von Beleidigungen Hilberts gegenüber Brower. Der Briefwechsel Einstein-Carathéodory wird im Einstein-Zentrum in Jerusalem aufbewahrt.

lautet

$$\mathcal{H}(t, x, \psi, y) \geq \mathcal{H}(t, x, \tilde{\psi}, y)$$

HESTENES, M. R., (1950)
 A General Problem in the Calculus of Variation with Applications to Paths of Least Time, Rand Corporation RM-100, AD 112382.

Boltyanskii, V. G., Gamkrelidze, R. V., Pontryagin, L. S. (1956)
 К Теории Оптимальных Процессов Doklady Akademii Nauk.

15 199:

Carathéodorys Vorläufer des Maximum Prinzips, 1926

Neue Variable
 $y := L_x(t, x, \dot{x}) \implies \dot{x} = \varphi(t, x, y)$

Hamiltonfunktion
 $H(t, x, y) := -L(t, x, \varphi(t, x, y)) + y^T \varphi(t, x, y)$

$$\mathcal{E}(t, x, \dot{x}, x') = H(t, x, y) - H(t, x, y') - H_y(t, x, y')(y - y') \geq 0$$

Kanonische Koordinaten
 $(t, x, \dot{x}) \iff (t, x, y)$
 $(t, x, x') \iff (t, x, y')$

10

Abkürzung

$$\mathcal{H}(t, x, \psi, y) := -L(t, x, \psi) + y^T \begin{pmatrix} h(t, x, \psi) \\ \psi \end{pmatrix}$$

Carathéodorys notwendige Bedingung von 1926

$$\mathcal{E}(t, x, \dot{x}, x') = H(t, x, y, z) - H(t, x, y', z') - H_y(t, x, y', z')(y - y') \geq 0$$

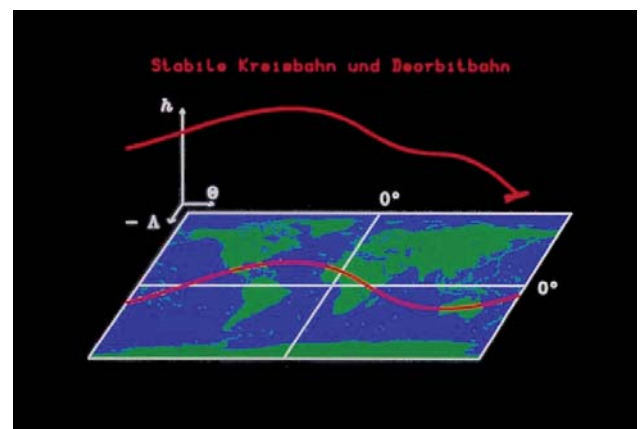
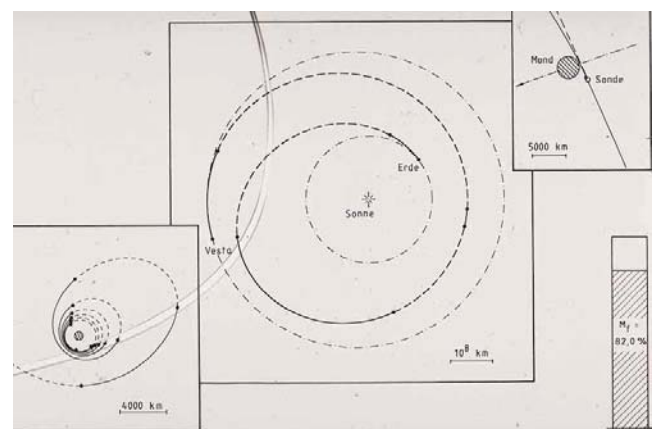
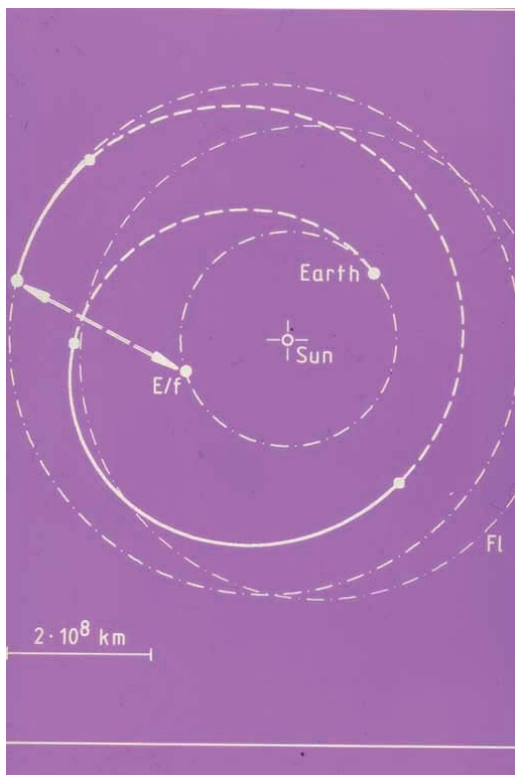
schreibt sich jetzt als

$$\mathcal{E}(t, x, \dot{x}, x') = \mathcal{H}(t, x, \psi, y) - \mathcal{H}(t, x, \tilde{\psi}, y) \geq 0$$

14 1992

Der neue Feldbegriff, den Carathéodory in die Variationsrechnung eingeführt hat, sollte große Folgen haben. Carathéodory leitete daraus eine Ungleichung ab, die 20 Jahre später unter anderem Namen, als Bellmansche Gleichung oder Ungleichung in der mathematischen Welt Aufsehen erregt und die Grundlage wird für das Prinzip der *Dynamischen Optimierung*¹¹, und inzwischen weit über die Mathematik hinausstrahlt. Bellman ist mit seinen Arbeiten erst 1951 nach dem Tode Carathéodorys an die Öffentlichkeit getreten. Den Namen Carathéodory sucht man in Bellmans Arbeiten vergebens²². Eine der große Ungerechtigkeiten in der

neuzeitlichen Wissenschaftsgeschichte. Hätte sich Carathéodory damals, 1900, für Frankreich und Paris entschieden, wäre das nie geschehen: für einen „Franzosen“ Carathéodory wären alle Mathematiker Frankreichs auf die Barrikaden gegangen, und, der obwohl äußerst einflussreiche Bellman hätte es nie gewagt, einen französischen Mathematiker so zu behandeln. Bellmans eindrucksvolle, unbestreitbar eigene Leistungen haben darin bestanden, den großen praktischen Wert der Ungleichung von Carathéodory erkannt und sie für konkrete Berechnungen herangezogen zu haben. Rechnungen dieser Art benötigt man in der Raumfahrt.



Einführung in Eulers Arbeiten über
Variationsrechnung*[Leonhardi Euleri Opera omnia I 24 Methodus inveniendi lineas
curvas, Bernae 1952, p. VIII–LXIII]

Einleitung

I. Kurz vor dem Jahre 1732 fing *Euler* an, sich für isoperimetrische Probleme systematisch zu interessieren. Die Methoden, die damals für die Lösung solcher Fragen vorlagen, waren 25 Jahre früher von *Johann Bernoulli* und ganz besonders von *Jacob Bernoulli* entwickelt worden; sie galten aber für so schwierig, daß sich fast niemand während dieser langen Zeitspanne an sie herangewagt hatte. Nur *Brook Taylor*¹ und *Jacob Hermann*² hatten gelegentlich diese Methoden gepflegt, aber nicht wesentlich verbessert.

Es ist nicht sehr wahrscheinlich, daß *Euler* schon während seiner Lehrjahre in Basel, von *Johann Bernoulli* selbst, vieles über Variationsrechnung erfahren hat. Denn sonst ist nicht zu verstehen, warum *Bernoulli* erst 1728 oder 1729 in einem Briefe nach Petersburg die Aufmerksamkeit *Eulers* auf das Problem der geodätischen Linien lenkt, und warum *Euler* den grundlegenden Satz, den *Bernoulli* 1698 gefunden hatte, nach welchem die Schmiegungebenen

* [Aus dem Vorwort von *Andreas Speiser*: Im Gegensatz zu den Dichtern und Künstlern genießen die Mathematiker den Vorzug, nur von ihresgleichen beurteilt zu werden. Für den vorliegenden und den nächsten Band der Eulerwerke ist es uns gelungen, den besten Kenner der Variationsrechnung zu gewinnen, der seit seiner Studienzeit, die er mit einer Arbeit über die starken Extrema abschloß, sich unausgesetzt mit diesem Zweig der Mathematik befaßte, Herrn *Constantin Carathéodory*. Er übergab uns die Bearbeitung samt dem Manuskript der Übersicht 1946, aber wir konnten erst vier Jahre später mit dem Satz beginnen. Leider hat Herr *Carathéodory* es nicht mehr erlebt, er ist am 2. Februar 1959 gestorben. Wir glauben aber, daß der Geist dieses großen Menschen und Gelehrten gerade in dieser historischen und sachlichen Einführung weiterlebt, die unserer Eulerausgabe zur besonderen Zierde gereicht.]

¹ Methodus incrementorum directa et inversa. Londini 1715/17.

² Phoronomia . . . Amstelodami 1716; Acta Eruditorum Lipsiae 1718; Commentarii Acad. Scient. Petrop. II (1727) ed. 1729.



Carathéodory schreibt auch die Einführung zu Eulers Arbeiten über Variationsrechnung, und *Andreas Speiser* von der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich schreibt über *Carathéodory*: *Der Geist dieses großen Menschen und Gelehrten lebt in dieser historischen und sachlichen Einführung weiter und gereicht unserer Euler-Ausgabe zur besonderen Zierde.*

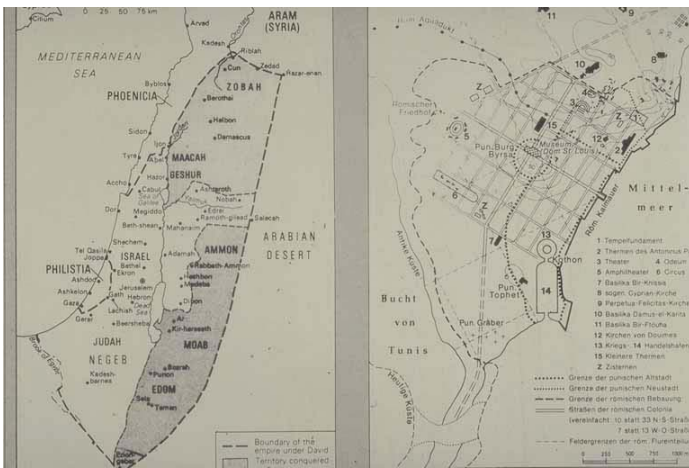


Als *Alfred Pringsheim* 1939 Deutschland verlassen muss, zu seinem Glück noch verlassen darf, schenkt er *Carathéodory* ein Kleinod, einen seltenen Druck aus dem Jahre 1700, der einen lateinischen Brief *Jakob Bernoullis* an Bruder *Johann* mit einer Lösung des Isoperimetrischen Problems enthält. *Pringsheim* widmet seinem treuen Freund *Carathéodory* den Band mit dem französischen Wortspiel *Isopérimaître incomparable*. Wie wahr: *Carathéodory, der unvergleichliche Meister*. Das Wortspiel bezieht sich auf das isoperimetrische Problem der Variationsrechnung.



Jakob Bernoulli hatte, damals als erster, einen wichtigen Grundtyp von solchen Aufgaben beschrieben und gelöst. Es sollte die Lösung eines Optimierungsproblems gefunden werden, wenn noch zusätzliche Bedingungen erfüllt werden müssen. Man mag sich das am Beispiel der rollenden Kugel so vorstellen: Anstatt die Kugel ungestört von A nach B rollen zu lassen, könnte man sie zwingen, zunächst ein kleines Stück auf einer geraden Linie zu gleiten. Anschließend könnte man wieder den Weg freigeben und die Kugel „optimal“ zum Endpunkt B rollen lassen. Gerade die Bahnprobleme in der Raumfahrt sind von solcher Art. Die Bahn muss manchmal so gelegt werden, dass das fliegende Objekt von der Erde aus sichtbar ist, also angepeilt werden kann, damit Funksignale übermittelt werden können. *Jakob Bernoulli*, er ist übrigens im Baseler Münster begraben, hätte sich freilich gewundert, wenn man ihm das erzählt hätte. Bei ihm liest sich das so: *Gegeben*

zwei Punkte, eine Kurve (also eine Schnur) gegebener Länge verbindet sie. Welche Gestalt muss die Kurve (die Schnur) annehmen, damit die eingeschlossene Fläche möglichst groß wird? Man bezeichnet das in der Mathematik auch als das Problem der *Dido*.



Etwa 900 Jahre vor Christi Geburt lebte in Tyros – das ist in der Gegend des heutigen Libanon – Elissa, auch Dido genannt, Tochter des phönizischen Königs Belus. Aus Furcht vor ihrem Bruder Pygmalion floh Dido nach Afrika, dorthin, wo heute Tunis liegt. Sie wollte Land kaufen, aber man wollte ihr nur so viel geben, als sie mit einer Ochsenhaut begrenzen könne. Dido schnitt die Haut in feinste Streifen, nähte diese zusammen und konnte mit dieser langen Schnur so viel Land eingrenzen, dass sie darauf eine Burg bauen konnte. Die Burg hieß Byrsa, das ist griechisch „Ochsenhaut“ und phönizisch „Festung“, und war der Grundstein von Karthago, Quart Hadascht, was so viel wie „Neue Stadt“ bedeutet.



Didos Gemeinwesen blüht auf, doch die Sterne sind nicht günstig, eine Tragödie bahnt sich an: Der Äneas wird auf seiner Irrfahrt von Troja an die karthagische Küste verschlagen. Dido nimmt ihn auf, verliebt sich unsterblich in ihn; der aber muss sie auf Geheiß Jupiters wieder verlassen – Dido erdolcht sich darüber aus Gram. Da erbarmt sich Juno und sendet vom Olymp die Götterbotin Iris, damit sie Dido in ihrer letzten Stunde tröste und in die Unterwelt geleite. Dort hat sie der Äneas, der mit der cumäischen Sibylle durch den Schlund beim Avernus hinabgestiegen war – Zutritt in die Totenwelt und Rückkehr ins Reich der Lebenden waren ihm, dem

Halbgott, ein einziges Mal erlaubt – noch einmal sehen dürfen. Aber Dido hat sich abgewendet.

Vielleicht war es so, vielleicht auch alles ganz anders. Vergil hat es in der *Äneis* erzählt. Wie auch immer, die Erinnerung daran lebt in der Mathematik fort.

Carathéodory war ein hochgebildeter Mann. Die klassischen Philologen der Universität München suchten häufig seinen Rat in Fragen der Philologie, mit den Byzantinisten unterhielt er sich gern über die mittelalterliche Geschichte seiner griechischen Heimat. Mit manchen Epochen sei er so vertraut gewesen, als ob er selbst zu dieser Zeit gelebt hätte, berichten seine Freunde von der Universität.

Carathéodory war ein in seiner Familie über Generationen vererbtes Sprachtalent mitgegeben. Griechisch und Französisch waren seine Muttersprachen, und das Deutsche beherrscht er mit solcher Vollkommenheit, dass seine in deutscher Sprache verfassten Schriften stilistische Meisterwerke sind. Carathéodory sprach und schrieb daneben Englisch, Italienisch, Türkisch, die antiken Sprachen las er mühelos. Carathéodorys Sprache ist die Sprache eines Vornehmen. Dem unglücklichen Georg Cantor, dem Schöpfer der „echten“ Mengenlehre, (die übrigens keinesfalls als Unterrichtsfach aufs Gymnasium gehört), schreibt er zum 70. Geburtstag 1915.

Hochgeehrter Herr!

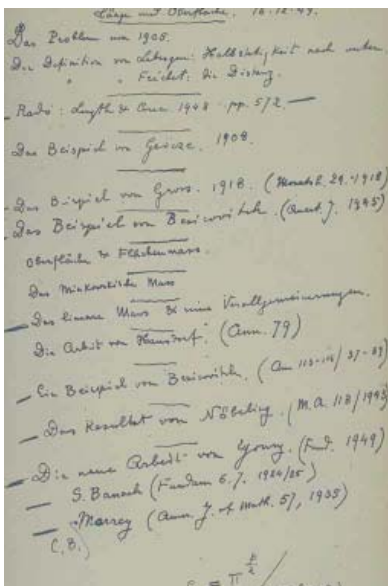
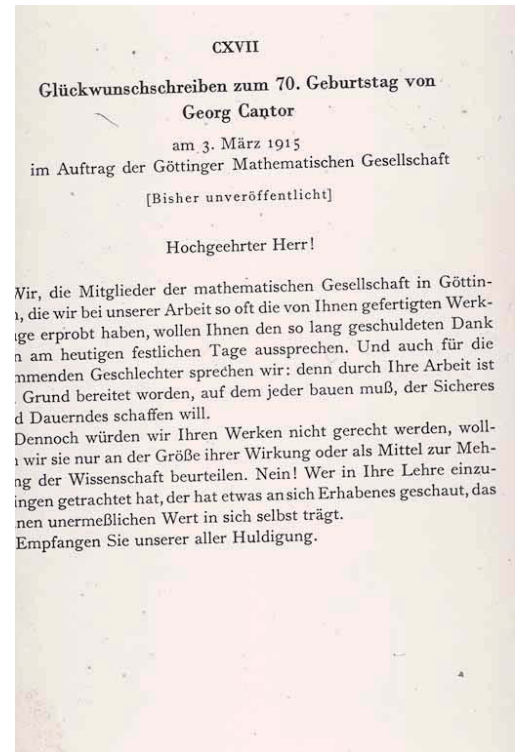
Wir, die bei unserer Arbeit so oft die von Ihnen gefertigten Werkzeuge erprobt haben, wollen Ihnen den so lang geschuldeten Dank am heutigen festlichen Tage aussprechen. Wer in Ihre Lehre einzudringen getrachtet hat, hat Erhabenes geschaut. Empfangen Sie unserer aller Huldigung.

Carathéodorys Glückwünsche zum 80. Geburtstag seines Freundes Alfred Pringsheim stehen in den Münchener Neusten Nachrichten. Des Griechen Carathéodory Aufsatz aus der Deutschen Allgemeinen Zeitung vom April 1929 über „Deutsches Wissen und seine Geltung“ erweckt heute nur noch Wehmut und Trauer.

Seiner Heimat Griechenland war Carathéodory loyal ergeben und ganz besonders der griechischen Sprache. Die Familienmitglieder durften nur griechisch miteinander sprechen, sonst wurde er sehr böse. Sohn und Tochter besuchten deutsche Gymnasien, erhielten aber jeden Tag von einem Priester der orthodoxen Kirche Unterricht in der griechischen Sprache.

Erhard Schmidt, selbst ein bedeutender Mathematiker, sagt, Carathéodory sei völlig frei gewesen von den gerade in der „gelehrten Welt“ weit verbreiteten Fehlern der Eitelkeit und des Neides. An den großen Leistungen anderer nahm er mit reiner Freude teil.

Die finstere Zeit in Deutschland verbringt Carathéodory zurückgezogen – er ist Kirchenvorstand der Griechischen Kirche zum Erlöser am Münchner Salvatorplatz, ist inzwischen weit über 60 Jahre alt und von einer schleichenden Krankheit gezeichnet. Durch seine vielfältigen Beziehungen in alle Teile der Welt kann er einigen „nichtarischen“ Kollegen eine Existenzmöglichkeit in der Emigration vermitteln. Seine Kollegen Tietze, Perron und Sommerfeld haben damals vielleicht auch manches Schlimme und Böse von ihm ferngehalten. Klein von Gestalt und betagt an Jahren besaßen sie den Mut von Löwen. Ihres mannhaften Verhaltens in Deutschlands schlimmster Zeit gedenken die heutigen Mitgliedern der Akademie immer noch in Dankbarkeit. Obwohl es ihnen als Beamten streng verboten war, besuchten sie immer wieder den „verstoßenen Juden“ Alfred Pringsheim, und Perron begleitete Herrn und Frau Pringsheim, als sie 1939 Deutschland verlassen mußten, furchtlos zum Bahnhof.



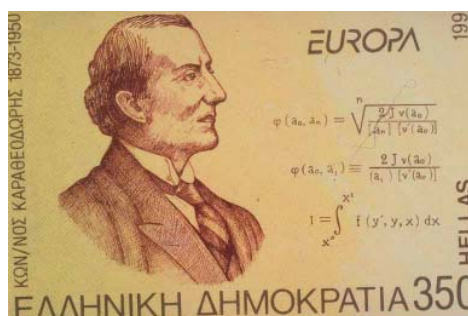
Albert Einstein 1946: Lieber Sommerfeld, es war eine wirkliche Freude für mich, Ihre leibhaftigen Zeilen nach all den finsternen Jahren zu empfangen. So Furchtbare, wie wir erlebt haben, hätten wir uns wohl beide nicht träumen lassen. Ich habe mit Freude gehört, daß Sie zu den [paar Einzelnen] gehört haben, die standhaft geblieben sind.

Im Dezember 1949 spricht Carathéodory im Münchner Mathematischen Colloquium „Über Länge und Oberfläche“. Es war sein letzter Vortrag. Carathéodory stirbt am 2. Februar 1950. Begraben wird er auf dem Münchner Waldfriedhof im Feld 303.

Die Bayerische Akademie der Wissenschaften hat Carathéodorys gesammelte Werke herausgegeben. Sie umfassen 5 Bände. Federführend waren seine Münchner Kollegen, die Geheimräte Tietze, Perron und Sommerfeld. Mathematikdozenten der beiden Münchner Hochschulen haben die Korrekturen gelesen. Doktor Stephanos Carathéodory, der Sohn, hatte für die Bände mehrere griechisch geschriebene Arbeiten seines Vaters ins Deutsche übertragen.

Zu Ehren Carathéodorys erschienen in den USA Festschriften mit Beiträgen namhafter Mathematiker aus allen Teilen der Welt. Die Arbeiten zeigten den großen Einfluß Carathéodoryscher Gedanken und Ideen auf die heutige Mathematik.

Carathéodory, Griechenlands Geschenk an Deutschland.



Griechenland schien aber seinen großen Sohn, den größten griechischen Mathematiker seit der Antike, vergessen zu haben; da erinnert sich die Griechische Post seiner und bringt ihm zu Ehren 1994 eine Sondermarke heraus: Carathéodory mit Formeln aus der Variationsrechnung, eine andere Marke zeigt Thales von Milet. Das Auditorium der neuen Universität in Xanthe, Thrakien, ist nach Carathéodory benannt und auch sonst ist Griechenland heute bewußt geworden, welche außerordentliche Persönlichkeit Carathéodory gewesen ist.



Geheimrat Heinrich Tietze am Sarg Carathéodorys: *Sein Leben liegt vollendet vor uns. Von einer wahrhaft vollendeten Persönlichkeit nehmen wir Abschied.* Geheimrat Oskar Perron, ein anderes Mitglied der Akademie: *Carathéodory war einer der glänzendsten Mathematiker, [er hat] die Wissenschaft um Wesentliches bereichert und entscheidend beeinflusst ... ein Mann von ungewöhnlich umfassender Bildung, als Angehöriger der griechischen Nation [hat er] mit dem Höhenflug seines Geistes und rastlosem Streben nach Erkenntnis Tradition und Erbe des klassischen Hellenentums fortgeführt.*

Anhang 1

Tochter Despina, geboren 1912 in Breslau, hatte nach England geheiratet und war im August 1939 mit ihrem britischen Ehemann im eigenen Wagen nach München zu Besuch gekommen. Sie hat hier auch eine ehemalige gute Schulfreundin aufgesucht, doch die schien über den Besuch eher entgeistert als erfreut zu sein und hat Despina leise Vorhaltungen gemacht, in einer so „schwierigen Zeit“ hierher gekommen zu sein. Despina hatte keine Ahnung, worüber die Freundin sprach, aber diese vertraute Despina an, sie arbeite in einer höheren Wehrmachtsdienststelle und Despina möge sie bitte nicht mehr aufsuchen. Sollte sich aber die Lage zuspitzen, würde sie Despina anrufen und nur sagen „Das Wetter wird schlecht“. Despina solle dann ohne Rückfragen sofort ihre Sachen packen und mit ihrem britischen Ehemann Deutschland auf dem schnellsten Wege verlassen. So geschah es auch, der Anruf kam, am letzten Augusttag trafen sie in der Schweiz ein.

Am nächsten Morgen, dem 1. September 1939, begann der zweite Weltkrieg.

Despina hat den Krieg auf der Farm ihres Mannes in Ostafrika verbracht. Sie lebt heute in Leftokaria, Griechenland.

Anhang 2

Das Mitglied der Akademie Herr Ernst Vogt hat darauf hingewiesen, dass der Klassische Philologe Kurt von Fritz 1959 anlässlich seiner Aufnahme in die Bayerische Akademie der Wissenschaften in seinem Personalbogen als seine bedeutendsten Lehrer neben dem Klassischen Philologen Eduard Schwartz und dem Physiologen und Logiker Johannes von Kries eben Constantin Carathéodory bezeichnet hat. In einer unveröffentlichten autobiographischen Skizze gedenkt von Fritz dankbar dessen, was Carathéodory für ihn bedeutet hat, und auch im Gespräch betonte von Fritz immer wieder, wieviel er Carathéodory für seinen wissenschaftlichen Weg schuldet. So ist es nicht zuletzt Kurt von Fritz zu verdanken, dass Constantin Carathéodory auch in der Klassischen Philologie nicht vergessen ist.

¹ Aus den Carathéodoryschen Beziehungen der Variationsrechnung hat Pesch das Maximumprinzip der optimalen Steuerungen abgeleitet, JOTA 80 (1994) 199-225.

² Amerikanische Gewährsleute berichteten, daß auf Bellmans Schreibtisch in der Rand Corporation in Los Angeles Carathéodorys Arbeiten über Variationsrechnung stets griffbereit lagen.

Quellen:

Constantin Carathéodory: Gesammelte Mathematische Schriften I–IV. München, Beck 1957.

Erhard Schmidt: Constantin Carathéodory, Band V, siehe oben.

Oskar Perron: Constantin Carathéodory. Jahresberichte der DMV 55, 39–51, 1952.

Briefe: Einstein-Center, Jerusalem.

Maria Georgiadou: Constantin Carathéodory - Mathematics and Politics in Turbulent Times. Berlin u.a., Springer 2004.

Heinrich Tietze: Dem Andenken an C. Carathéodory. Sonderdruck. München, Beck 1950.

Monika Stoermer: Die Bayerische Akademie der Wissenschaften im Dritten Reich. Acta historica Leopoldina Nr. 22, 89–111, 1995.

Κωνσταντίνος Καραθεοδωρή: Ο μεγάλος Έλληνας μαθηματικός που ενέπνευσε τον Αϊνστάϊν, Εισαγωγή και επιμέλεια Στ. Θεοφανίδης, Έκδοση Τράπεζα Πειραιώς, Αθήνα 2002.

Ε. Σπανδάγος, Η ζωή και το έργο του Κ. Καραθεοδωρή, Εκδόσεις „Αίθρα“, Αθήνα 2000.

Π. Σιδερά-Λύτρα - Α. Σιδεράς - Γ. Στάμου, Κωνσταντίνου Καραθεοδωρή 50 Επιστολές προς συναδέλφους του στη Γοττίγγη (Göttingen), Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Θεσσαλονίκη 2004.

Δ. Καραθεοδωρή-Ροδοπούλου - Δ. Βλαχοστεργίου-Βασιβατέκη, Κωνσταντίνου Καραθεοδωρή: Ο σοφός Έλληνας του Μονάχου, Εκδόσεις Κάκτος, Αθήνα 2001.