„Triumph der geistigen Organisation“
Raum, Zahl und Maß in Kunst und Literatur

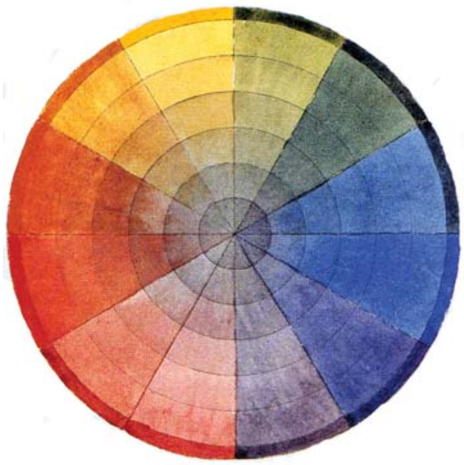
Professor Dr. Roland Z. Bulirsch

Wer besser in Geometrie und Mechanik bewandert ist als ich und meine Gedanken umständlich findet, möge bedenken, daß ich nicht für ihn rede … den Eingeweihten aber billige ich das Recht zu dem Vorwurf zu, ich hätte mich nicht auszudrücken verstanden …

Schloss Waldstein in Dux/Duchcov in Böhmen

Das passt hierher, geschrieben aber vor langer Zeit, vor 200 Jahren, von Jakob Neuhaus auf Schloss Waldstein im böhmischen Dux. Neuhaus, ein begabter Schriftsteller, später in ganz Europa bekannt durch seine Aufzeichnungen und Memoiren, vielleicht sogar berüchtigt, dieser Neuhaus hatte gerade ein altes Problem gelöst, er glaubte es wenigstens: einen Würfel, doppelt so groß wie einen anderen, vorgegebenen Würfel nur mit Zirkel und Lineal zu konstruieren. Dieser Würfel war eigentlich der Altar des Gottes Apollon auf der heiligen Kykladen-Insel Delos und an der Aufgabe, den Altar des Gottes zu verdoppeln, hatten sich schon viele vergeblich versucht. Eigentlich muss man nur jede Altarseite mit $\sqrt[3]{2}$ multiplizieren; aber $\sqrt[3]{2}$, ungefähr 1,26, ist nicht exakt mit Zirkel und Lineal konstruierbar. Doch die Neuhaus'sche Konstruktion, die nur eine Näherung sein konnte, war gar nicht schlecht, Neuhaus erhält 1,25824175, das ist ein bisschen zu wenig, und der Neuhaus'sche Altar wird nicht doppelt so groß, sondern nur 1,99 mal, ein Hundertstel fehlt. Man kann damit leben, aber das war auch nicht das Problem, es ging, wie oft, nur um das Grundsätzliche; und vielleicht war Apollo über Neuhaus erzürnt, dass sein Altar zu klein wurde. Er war auch ein rachsüchtiger Gott und ging nicht zimperlich mit Widersachern um. Die alten Griechen haben Apollo, den Vernichter, gefürchtet.

Seinem teuren *Jacomius* – so hat der österreichische Feldherr, der Fürst von Ligne, Jakob Neuhaus gerufen – hatte de Ligne die Stelle auf Schloss Waldstein in Dux verschafft. Schiller hatte dort seinen *Wallenstein* gedichtet. Zurück zu Neuhaus. Dieser, der liebe Jacomius, hatte ein aben-



Goethes Farbscheibe

teuerliches Leben hinter sich. Man erzählt, er hätte auch am Libretto einer Oper mitgewirkt, beim Inhalt war er sachverständig. Und der Komponist der Oper war selbst ein Liebhaber der Mathematik. Es wird die Oper aller Opern, Neuhaus soll bei der Uraufführung in Prag dabei gewesen sein.

Warum soviel Neuhaus? Alle kennen ihn unter seinem italienischen Namen *Casanova, Giacomo Casanova.* Er war ein Liebhaber der Geometrie, der Mathematik, auch der Mathematik. Und die Oper mit dem Libretto von Da Ponte? Mozarts *Don Giovanni.*

Don Juan oder die Liebe zur Geometrie heißt ein Theaterstück von Max Frisch, dem Schweizer Dichter: Die Höllenfahrt des Don Juan einmal anders, als ein von ihm, Don Juan, selbst inszeniertes Spektakel, um den Nachstellungen der Welt entfliehen und sich in einer Klosterzelle endlich ungestört der Geometrie widmen zu können. Im Nachwort verwischt Max Frisch die Spuren zu Casanova, legt eine neue Fährte: seine Bühnenfigur ähnele dem Faust, sagt er. In Goethes Dichtung kommt aber wenig Mathematik vor, nur im Einmaleins der Hexe … *aus Fünf und Sechs/ mach Sieben und Acht/ und Neun ist Eins/ und Zehn ist keins* …; das klingt sinnlos, ist es aber nicht. Die Hexe rechnet modulo 2, sagt die Mathematik. Manche modernen Prozessoren in Großrechnern rechnen auch so, nur unendlich viel schneller, verschlüsseln mit modulo 2 Arithmetik auch Geheimbotschaften – Goethes Hexe war nicht dumm.

William Turner (1775–1851), Schatten und Finsternis – der Abend der Sintflut

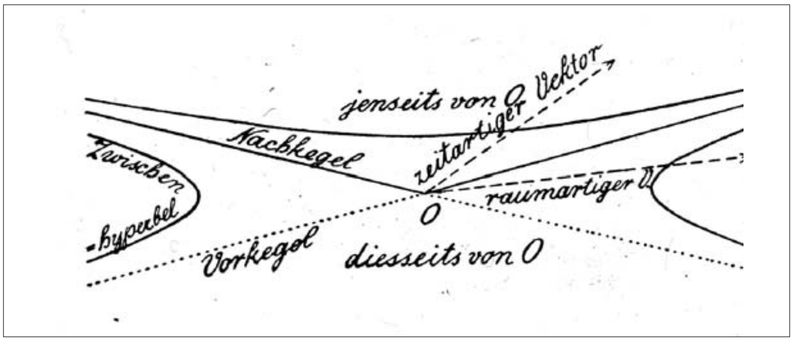
Im *Wilhelm Meister* lässt Goethe Mathematiker, Astronomen auftreten; in *Maximen und Reflexionen* sinnt er über Mathematik nach. Zu Eckermann spricht er gelegentlich über sie. Der Frau von Stein hatte er sogar ein Werk über Kegelschnitte geschenkt.

Hilfe des großen Mathematikers Lagrange wäre Goethe für seine *Farbenlehre* willkommen gewesen: … *Vielleicht interessirt sich auch noch einmal ein La Grange für diese Angelegenheit* … , hatte er gehofft, weil, wie er von sich bekennt, er hier an der Grenze steht, die Gott und Natur seiner Individualität bezeichnen wollten: … *Ich bin auf Wort, Sprache und*

Bild … angewiesen und völlig unfähig durch Zeichen und Zahlen auf irgendeine Weise zu operiren … Die Ablehnung seiner Farbenlehre hat ihn tief gekränkt. Nicht alle haben die Farbenlehre abgelehnt. Schopenhauer hat sie geschätzt, William Turner, der große englische Maler, war von ihr tief beeindruckt. Nur Goethes Polemik gegen Newton hat er zurückgewiesen. Unerheblich ist dabei, ob Turner, der über passable Kenntnisse in Physik und Mathematik verfügte, Anhänger der Korpuskulartheorie oder der Theorie von der Wellennatur des Lichtes war, über die Schopenhauer, sprachmächtig wie er war, seinen Hohn ausgegossen hatte. Ob richtig oder falsch, nur eines zählt hier: Vom Geist, der ihn aus Goethes Werk anwehte, von ihm inspiriert, hat Turner Kunstwerke geschaffen: *Schatten und Finsternis – der Abend der Sintflut* und *Licht und Farbe* (*Goethes Lehre) – der Morgen danach – Moses, das Buch der Genesis schreibend.*

Wenige Jahre vor seinem Tode bekannte Goethe seinem Kölner Freund Sulpiz Boisserée: … *als ethisch-ästhetischer Mathematiker muß ich in meinen hohen Jahren immer auf die letzten Formeln hindringen, durch welche ganz allein mir die Welt noch faßlich und erträglich wird …*

Vielleicht deshalb konnte ein anderer Mathematiker den ganzen Faust auswendig und fehlerfrei deklamieren: Hermann Minkowski.



Hermann Minkowski, Raum und Zeit

Vor genau 100 Jahren hält Minkowski auf der Versammlung der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte in Köln einen epochemachenden Vortrag. Titel: *Raum und Zeit.* Minkowski, der brillante Mathematiker, legt darin seine, von ihm gefundenen mathematischen Grundlagen der speziellen Relativitätstheorie dar. Minkowski ist neben Einstein der Begründer der speziellen Relativitätstheorie. Er war auch ein großer Kenner der deutschen und slawischen Literatur, hatte geschwankt, ob er nicht Literaturwissenschaften studieren sollte. Minkowski in Köln: … *Von*

Stund an sollen Raum für sich und Zeit für sich völlig zu Schatten herabsinken, und nur noch eine Art Union der beiden soll Selbständigkeit bewahren …

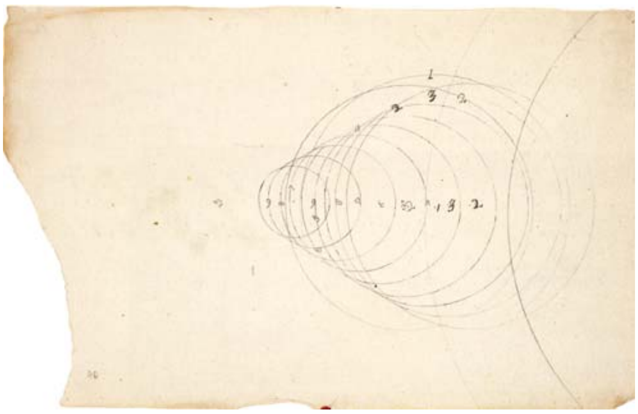
Minkowskis Zeichnung von 1908: Hyperbeln und ihre Asymptoten, eigentlich sind es Hyperbeln im 4-dimensionalen Raum, also Hyperboloide; sie markieren die Gebiete, wo und wie das Licht läuft.

Und noch einmal Faust. Clemens Brentano in einem Sonett:

> Du Landschaftsmaler bei dem Doktor Faust,
> Der Du den Hexen Nebelbrücken baust
> Durch winterlichen Kirchhofs frostig Grauen
> Die Mönche zieh'n zur Gruft, es scheint zu tauen.

Brentano beschwört hier den Maler Caspar David Friedrich.

Friedrich ist noch ein Kind, da stirbt seine Mutter, auch seine beiden Schwestern sterben. 13 Jahre ist er alt, als er im winterlichen Eis einbricht. Er wird noch gerettet, aber sein Bruder, der ihm helfen wollte, ertrinkt dabei. In Friedrich wird es Spuren hinterlassen, aus ihm herausbrechen, in seinen Bildern sichtbar sein: Särge, Gräber, Friedhöfe, Wasser, im Wasser treibende Eisschollen, Sterben und Tod im Eis.



Caspar David Friedrich (1774–1840), Geometrische Übungen, 1795

Caspar David Friedrich steht, wie alle großen Maler, auch der Geometrie, der Mathematik, nahe.

Friedrich wird vertraut mit den Vorstellungen und Ideen des großen Theologen und Philosophen Schleiermacher, kennt die Reden des gefeierten Hofpredigers. Schleiermacher, das ist, auf das Gröbste vereinfacht und das Äußerste komprimiert: das zentrale Verhältnis von Endlichem und Unendlichem, das Unendliche im Endlichen suchen. Schleiermacher war auch ein guter Kenner der Mathematik, für den Geistesadel im damaligen Deutschland eher eine Selbstverständlichkeit. Er hatte sich eigens ein *Geometrisches Studienheft* angelegt, für ihn stehen die wertneutralen geometrischen Figuren Parabel und Hyperbel mit ihren sich ins Unendliche erstreckenden Ästen als Symbole für das Unendliche. Von Ferne erinnert das an die Philosophie Platons: die geometrische Figur als Mittelwesen zwischen den einzelnen Dingen und den ewigen Ideen.

Caspar David Friedrich, Abtei im Eichwald, 1809/10

So ganz abwegig war es von Schleiermacher nicht, solche Betrachtungen anzustellen. Der nüchterne Physiker und Philosoph Carl Friedrich von Weizsäcker sah es ähnlich. Weizsäcker: *Die in deduktiver Abfolge gewonnenen Einsichten der Mathematik sind immer, sind zeitlos gültig. Eingebettet in die Zeitlichkeit sind sie Abbilder der Ewigkeit.*

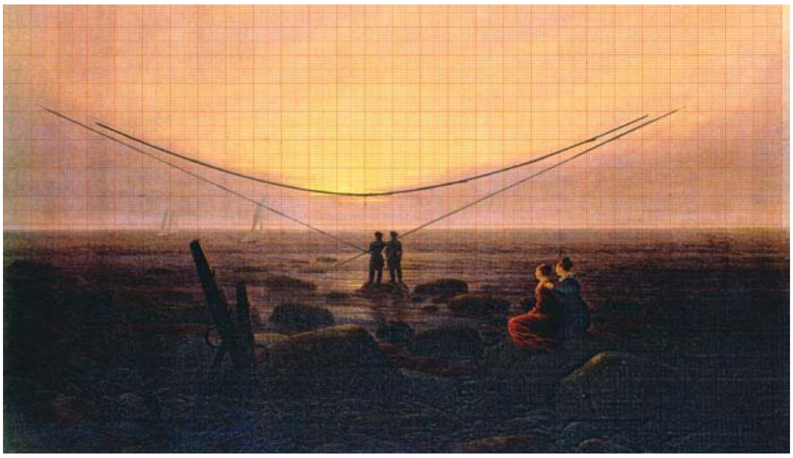
Caspar David Friedrich greift Schleiermachers Ideen und Vorstellungen auf, setzt sie in Bilder, und in sein Tagebuch notiert er: *Das Unendliche ist das Ziel.* In seinen Bildern, Metaphern der Unendlichkeit, sind sie zu sehen, diese von Wolken Hyperbeln, Wegweiser zum Unendlichen. In der Verlassenheit und Verlorenheit, die uns manchmal aus Caspar David Friedrichs Bildern anblickt, sind sie Zeichen und Symbole der Hoffnung.

Friedrich Hölderlin an Bruder Karl

Frankfurt 10. Jan. 1797

…es wird Dir sehr wohl thun, nach Vollendung des naturrechtlichen Studiums, an die Mathematik zu gehen, die, wie Du finden wirst, die einzige Wissenschaft ist, die der möglichen wissenschaftlichen Vollkommenheit des Naturrechts an die Seite gesetzt werden kann.

Ich beschäftige mich jetzt häufig mit dieser herrlichen Wissenschaft und finde, … daß diese – und die Rechtslehre, wie sie werden kann und muß, die einzigen, in diesem Grade vollkommenen reinen Wissenschaften sind im ganzen Gebiete des menschlichen Geistes …



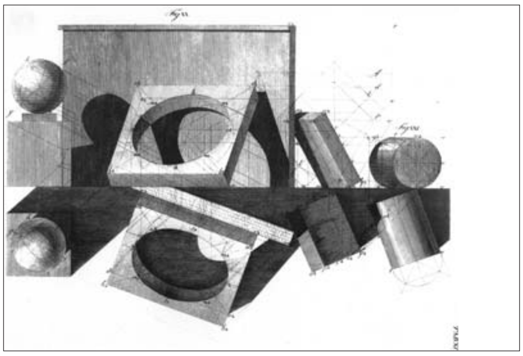
Caspar David Friedrich, Mondaufgang am Meer, 1819

Fünf Jahre später, 1802, sucht Hölderlin in Regensburg die Spuren Johannes Keplers, seiner Kaiserlichen Majestät Rudolfs II. von Habsburg Hofmathematikus. In Hölderlins Gedicht *Hälfte des Lebens* findet man einiges wieder: *… Weh mir, wo nehm' ich, wenn es Winter ist, … den Sonnenschein und Schatten der Erde?* Erinnerung an Keplers verschollenes Grab und die Inschrift auf dem Grabstein: *Mensus eram coelus, nunc terrae meteor umbras …*, das ist: *Himmel hab ich gemessen, jetzt meß ich die Schatten der Erde.*

1797 beginnt Friedrich Freiherr von Hardenberg, Spross einer Herrnhuter Adelsfamilie, sein Studium an der Bergakademie Freiberg in Sachsen, damals eine der besten Technischen Hochschulen Europas. Zwei Jahre zuvor, im Mai 1795, hatten sich Hölderlin und von Hardenberg in Jena getroffen. Hardenberg studiert in Freiberg Bergbaukunde, Markscheidekunst und Physik, und er widmet sich auch der Mathematik; er soll sie bei und von einem französischen Studenten gelernt haben. In Freiberg lehrte damals der berühmte Professor Werner, von dem schon Alexander von Humboldt begeistert war. Dieser Werner, er muss ein begnadeter Lehrer gewesen sein, hatte in von Hardenberg die Liebe zu diesen Wissenschaften entfacht.

Von Hardenberg hatte auch in Jena und Wittenberg studiert. In Jena hatte er 1791 den erkrankten Professor Schiller gepflegt. Auch von ihm gibt es ein Zeugnis: Schiller, 1788, im Brief an seine Schwägerin Caroline von Breulnitz … *Jetzt ist eigentlich die rechte Zeit für die Mathematik.* Und in einem späteren Brief, *Ich bin voll Erwartung wie sie Ihnen beim ersten Besuche gefallen hat.*

In Freiberg vollendet von Hardenberg seine Aphorismensammlung „Blüthenstaub" und schickt sie der Zeitschrift „Athenäum". Er wählte das



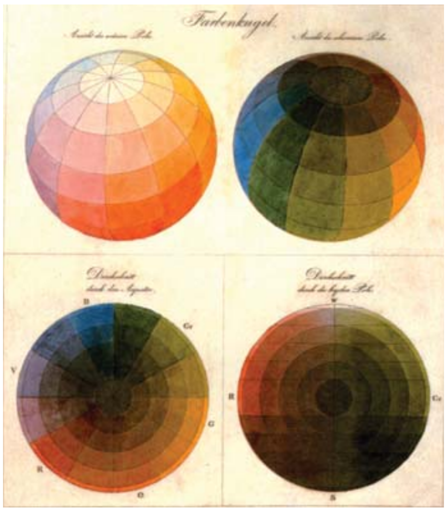
Friedrich Weinbrenner (1766–1826), Räumliche Figuren, 1810, aus seinem Lehrbuch über Architektur.

Pseudonym ‚Novalis', der „Neuland Rodende". Das „Athenäum" wurde von den Gebrüdern Schlegel herausgegeben. Sie kannten sich gut. *Er rede mit unbeschreiblich viel Feuer,* meinte Friedrich Schlegel von Novalis, aber warf seinem Freund auch grenzenlose Flüchtigkeit vor. Das galt nicht weniger für Friedrich Schlegel selbst.

Novalis: *Der Begriff der Mathematik ist der Begriff der Wissenschaft überhaupt. Alle Wissenschaften sollten daher Mathematik werden.* So schreibt er in seinen mathematischen Fragmenten. Andere meinten das auch. 80 Jahre später schreibt Friedrich Nietzsche in seiner „Fröhlichen Wissenschaft": *Wir wollen die Feinheit und Strenge der Mathematik in alle Wissenschaften hineintreiben, so weit dies nur irgend möglich ist, nicht im Glauben, dass wir auf diesem Wege die Dinge erkennen werden,* *sondern um damit unsere menschliche Relation zu den Dingen festzustellen. Die Mathematik ist nur das Mittel der allgemeinen und letzten Menschenkenntniss.*

Novalis' enthusiastische Verteidigung der Mathematik und der Mathematiker haben ihm manche Häme eingetragen. Der Philosoph Wilhelm Dilthey meinte, das sei alles wissenschaftlich wertlos, grenzenlose, zum leeren Spiel gewordene Verallgemeinerungen. Für den großen Mathematiker Konrad Knopp war es nur romantische Schwärmerei, und man wiegte sich in der selbstgewissen Überzeugung, dass die Sachkenntnis des Novalis gering war. Das war falsch, und darüber hinaus von den Positivisten des 20. Jahrhunderts kurzsichtig gesehen.

Ludwig Tieck über Novalis: *Seine Kenntnisse in der Mathematik sowie in den Künsten der Mechanik, vorzüglich aber in der Bergwerkskunde, waren ausgezeichnet.* Tieck urteilt nüchtern und kühl. Er selbst ist begeistert über den Zusammenhang von Mathematik, Musik und Farben in den Blumen, Figuren und Linien des Hamburger Malers Philipp Otto Runge.



Philipp Otto Runge (1777–1810), Farbenkugel

Novalis, Tieck, Schlegel und die anderen: Romantiker des Wissens! Im 21. Jahrhundert mögen sie nicht durch dieses oder jenes Werk von Interesse sein, aber mit feinster Witterung nahmen sie das Neueste aus Laboren und Observatorien auf, schmolzen es in die Sprache der Poesie ein und wurden damit uralten Forderungen der Einbildungskraft und des Symbol-

Die Bedeutung der Perspektive im 17., 18. und 19. Jahrhundert

Hendrick van Steenwyck d.J. (ca. 1580–1649), Inneres einer gotischen Kirche, 1609

Hubert Robert (1733–1808), Die Auffindung des Laokoon, 1773
Zentralperspektive mit Fluchtpunkt im Goldenen Schnitt

Karl Friedrich Schinkel (1781–1841), Mittelalterliche Stadt an einem Fluss, 1815
Farbperspektive bis zur Unendlichkeit, ins Unendliche

verstandes gerecht. Um das zu können, müssten sie, wie Novalis, hellwach und träumerisch zugleich sein (Lothar Müller).

Novalis: *Raum und Zeit entstehen zugleich – Synthese der beiden.*

100 Jahre später hatte Minkowski diese Synthese mathematisch vollzogen!

Der immer noch verkannte Dichter Hans Henny Jahnns: *In den Zahlen wohnt ein ästhetisches Gesetz. Sie gliedern zum Schönen. Wenn wir das fühlen, dann ist es wohl um uns bestellt. Sie sollen abtastbare Offenbarungen geben.* Edgar A. Poe hatte ein enthusiastisches Verhältnis zur Mathematik. Und Heinrich von Kleist sah ein Ideal darin, sich auf *Metapher* und *Formel* gleichermaßen zu verstehen.

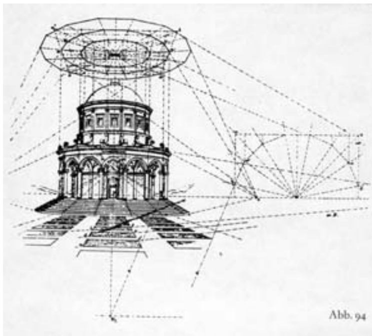
Noch einmal 500 Jahre zurück. Die Kunst der Renaissance war auch in Form und Farbe geronnene, Stein gewordene Mathematik, Raffaels „Schule von Athen" ein Hymnus an die Geometrie. Raffael porträtiert sich als Geometer und stellt sich im Bild zur Gruppe der Mathematiker und Astronomen um Euklid, Ptolemäus und Zarathustra. Er sah sich mehr als Geometer denn als Maler.

Für Albrecht Dürer ist Geometrie Offenbarung der Naturgesetze. Einer, der nicht Algebra und Geometrie sowie alles, was man über Astronomie und Naturwissenschaften lernen kann, beherrscht, ist für ihn kein ganzer Maler.

Die Kunst der Perspektive offenbart sich auch im Freskenwerk des Cosmas Damian Asam, jenen berühmten Kuppelbildern in bayerischen Kirchen, wie z.B. in Maria de Victoria in Ingolstadt. Der Maler Asam besaß eine genaue Kenntnis der geometrischen Abbildungsgesetze, er hatte – um 1690 – des Jesuitenpaters Andrea Pozzos Lehrbuch über Perspektive studiert. Andrea Pozzo war Mönch und Künstler, Meister in Theorie und Praxis; Himmel und Erde verbindet er durch perspektivische Illusion.

Über die Jahrhunderte hinweg haben sich die großen Künstler immer wieder mit der mathematischen Perspektive beschäftigt.

Die Renaissance war auch eine Blütezeit für die Mathematik im Heiligen Römischen Reich Deutscher Nation. In Augsburg zeichneten die Fugger als Herausgeber der Werke des Euklid.



Die verborgene Geometrie hinter Raffaels Hochzeit Mariens

Den Euklid gibt Tede Haien in Theodor Storms Meister-Novelle *Der Schimmelreiter* seinem noch in der Fibel lesenden Sohn Hauke. Der wissbegierige Junge ist vom in holländischer Sprache geschriebenen Euklid nicht mehr wegzubringen, lernt mit einer holländischen Grammatik aus ihm, und er lernt durch ihn die Natur und ihre Erscheinungen mit scharfen Augen zu sehen. Doch der Vater fürchtet um den Jungen, glaubt, er könne im rauhen Nordfriesland mit Bücherwissen nicht bestehen. Aber der arbeitet trotz Euklid so gut an den Deichen wie alle anderen Männer, gewinnt sogar bei einem Wurfwettbewerb, weil er … *Mathematik und Wurfkunst seit seiner Knabenzeit täglich getrieben hatte* …, und erwirbt sich den Respekt der anderen Dorfbewohner. Der respektierte, aber auch gefürchtete Hauke Haien wird neuer Deichgraf, wird neue Deiche entwerfen – und in Tragik enden.

Thomas Mann über Theodor Storm: … *Eine Kunst der Formung zum Einfachen, die unfehlbar immer wieder, so alt man wird, dies Sichzusammenziehen der Kehle, dies Angepacktwerden von unerbittlich süß und wehem Lebensgefühl bewirkt, … nie und nirgends ist das Menschliche mit durchdringenderer Einfalt und Reinheit ausgesprochen worden …*

Die Novelle, diese *gewaltige Deichsage* (Theodor Storm), spielt zu Beginn und Mitte des 18. Jahrhunderts. In Holland blühten zu dieser Zeit die exakten Wissenschaften, in Deutschland lagen sie seit dem Dreißigjährigen Krieg brach.

Man kann die Mathematik eine geistige Idealapparatur nennen, mit dem Zweck … alle … möglichen Fälle prinzipiell vorzudenken. Das ist Triumph der geistigen Organisation. Mathematiker würden sich vor solchen Sätzen hüten. Ein anderer, ein großer Dichter, einer der ganz Großen, hat diese Äußerung getan: Robert Musil. Einen der allerklügsten Menschen hatte man ihn genannt.

Mit visionärer Kraft beschreibt Robert Musil in seinem Essay von 1912, *Der mathematische Mensch,* die Auswirkungen der Mathematik auf uns, unser Dasein. *Die Mathematik ist Tapferkeitsluxus der reinen Ratio, eine der wenigen, die es heute gibt. … Man kann sagen, daß wir praktisch völlig von den Ergebnissen dieser Wissenschaft leben. … Dieses ganze Dasein, das um uns läuft, …, steht, ist nicht nur für seine Einsehbarkeit von der Mathematik abhängig, sondern ist effektiv durch sie entstanden, ruht in seiner … Existenz auf ihr …,* schrieb er.

Musils Tagebücher sind mit klugen Bemerkungen über komplexe Zahlen, Quaternionen, Vektoren u.a. angefüllt, und das ist kein Zufall: Musil hatte auch Mathematik studiert. Robert Edler von Musil – eigentlich Mußíl, das ist die Vergangenheitsform, das Partizip perfekt von tschechisch *musít* (müssen) – war Ingenieur, sein Vater Alfred, vom österreichischen Kaiser geadelt, Professor für Maschinenbau an der Technischen Hochschule im mährischen Brünn. Bei Alfred Musil hatte Kaplan, der berühmte Turbinenbauer, studiert und sich habilitiert.

Der junge Musil zieht nach Stuttgart, wird Volontärassistent an der Technischen Hochschule. Nach schlimmen und bösen Erfahrungen am dortigen Materialprüfungsamt unter seinem Chef, dem württembergischen Staatsrat von Bach, einer überaus autoritären Person, hält es Musil in Stuttgart nicht mehr aus, geht nach Berlin, studiert an der Universität Philosophie, Mathematik und Physik. Seine bedrückenden Erlebnisse an der Stuttgarter Technischen Hochschule schreibt er sich später mit seinem Erstlingsroman *Die Verwirrungen des Zöglings Törleß* von der Seele. Den äußeren Rahmen des Romans bildet zwar Musils frühere Schule, die Militär-Oberrealschule in Mährisch-Weißkirchen, eine Militärkadettenanstalt, aber die Figuren des Romans reden überhaupt nicht wie sechzehnjährige Militärkadetten, und Militärpersonen kommen im Roman auch nicht vor. Der Mathematiklehrer im Roman redet, wie ein Privatdozent der Mathematik reden würde. Seine Hauptfigur, den *Törleß*, lässt Musil immer wieder über mathematische Objekte, imaginäre Zahlen, Irrationalzahlen, das Unendliche u.a. sinnieren. – Als der Roman in Deutschland verfilmt wurde, hat man alle Anklänge an Mathematik eliminiert.

Musil promoviert in Berlin über die Erkenntnislehre des österreichischen Physikers Mach. Seine Prosa enthält genaue Beobachtungen, präzise Beschreibungen in glänzender Sprache, von bestechender Klarheit, man wird manchmal an mathematische Lehrsätze erinnert. In Musils unvollendetem großen Roman *Der Mann ohne Eigenschaften* durchläuft die Hauptfigur alle möglichen Aggregatzustände, um hier einmal einen Begriff der Physik zu verwenden, auch die eines Mathematikers. Der Titel des Romans greift Ideen und Vorstellungen *Meister Eckharts* auf, des berühmten Dominikanermönchs aus Köln, dessen Werke Musil gelesen und geschätzt haben soll: Eckhart von Hochheim (1260–1328).

Musil besaß nahezu prophetische Gaben. Für einen solchen Mann war in Deutschland, als Finsternis sich über das Land legte, das Land umnachtet war, umnachtet in jedem Sinn des Wortes, kein Platz. Im Schweizer Exil ist Musil armselig gestorben.

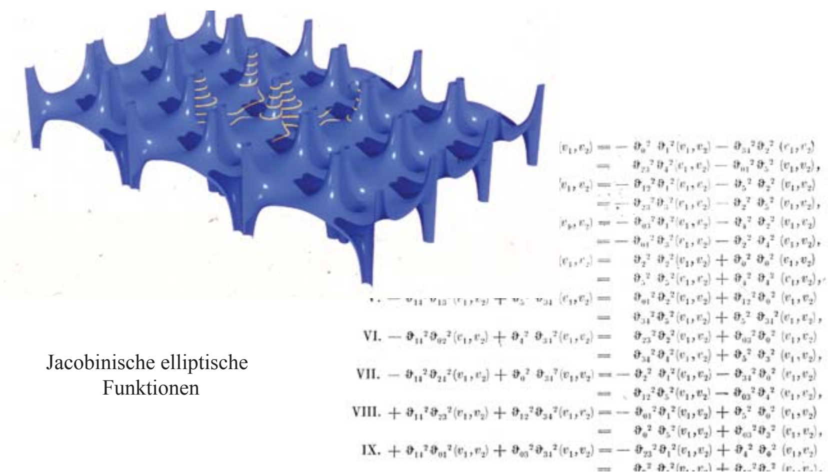
Musils Examinator im Fach Mathematik war Hermann Amandus Schwarz, Nachfolger des großen Mathematikers Karl Weierstraß, einem Gymnasiallehrer aus dem ostpreußischen Braunsberg, später hochangesehener Professor an der Berliner Universität.

Als einer der Nachfahren von Weierstraß sah sich das hoch ehrenwerte Mitglied unserer Akademie, Alfred Pringsheim. Sein Schwiegersohn Thomas Mann hatte ihn im Roman *Königliche Hoheit* porträtiert als steinreichen Kunstsammler Mr. Spoelmann. Und steinreich, das war Alfred Pringsheim. Sein Arbeitsgebiet waren die elliptischen Funktionen. Auch Thomas Mann beschreibt solche Formeln.

Ein … Hokuspokus, ein Hexensabbat verschränkter Runen bedeckte die Seiten. Griechische Schriftzeichen waren mit lateinischen und mit Ziffern in verschiedener Höhe verkoppelt, mit Kreuzen und Strichen durchsetzt, ober- und unterhalb waagrechter Linien bruchartig aufgereiht, … durch

Doppelstrichelchen gleichgewertet, durch runde Klammern zu großen Formelmassen vereinigt. … Kabbalistische Male … umfaßten mit ihren Armen Buchstaben und Zahlen, während Zahlenbrüche ihnen voranstanden und Zahlen und Buchstaben ihnen zu Häupten und zu Füßen schwebten … , Abkürzungen geheimnisvoller Worte waren überall eingestreut, und [da] *zwischen standen … Bemerkungen in täglicher Sprache, deren Sinn … so hoch über allen menschlichen Dingen war, daß man sie lesen konnte, ohne mehr davon zu verstehen, als von einem Zaubergemurmel …*

Genau beobachtet und mit subtiler Ironie meisterhaft beschrieben, das Formelwerk der Mathematikstudentin Imma Spoelmann, der *algebraischen* Tochter des Mr. Spoelmann. Vorlage für die Romanfigur Imma Spoelmann war die Mathematik studierende Katharina Pringsheim, Tochter des Alfred Pringsheim. Später nannte sie sich Frau Thomas Mann.



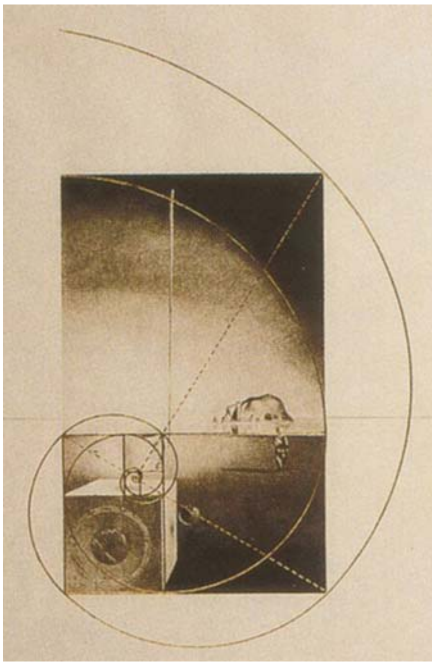
Jacobinische elliptische Funktionen

Raffael hatte es dem spanischen Maler Dalí angetan. Dalí gibt seine eigene Version der *Schule von Athen.* Dalí interessiert sich auch für Geometrie, einem seiner Bilder gibt er sogar den Titel *Auf der Suche nach der 4. Dimension,* vielleicht in Erinnerung an Einstein-Minkowski. Eine vom Baseler Mathematiker Johann Bernoulli als *logarithmische Spirale* bezeichnete Kurve[1], schätzte Dalí besonders, hielt 1955 in der Sorbonne in Paris sogar eine Vorlesung darüber. Diese Kurve hat die Eigenschaft, durch Drehung

[1] Gleichung in Polarkoordinaten $r = a^{\varphi}$, $1 < a$

um den Ursprung in sich selbst überzugehen, sich dabei scheinbar zu verkleinern oder zu vergrößern. Sie gilt als Symbol der „steten Erneuerung“. Die Bayerische Akademie der Wissenschaften trägt sie als Logo zum 250-jährigen Bestehen 2009.

Akademie-Logo zum
250-jährigen Jubiläum

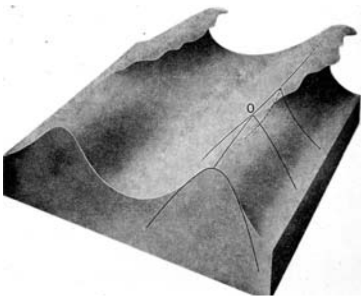


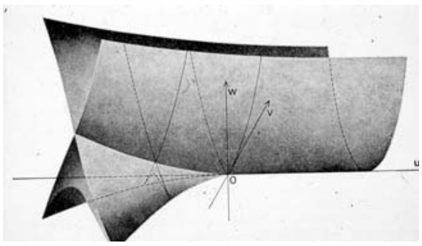
Salvador Dali (1904–1989),
Logarithmische Spirale

1972 erscheint ein merkwürdiges Buch, geschrieben vom französischen Mathematiker René Thom. Es trägt den Titel *Stabilité structurelle et morphogénèse.* In diesem *Versuch einer allgemeinen Modelltheorie* – so der Untertitel des Werkes – untersucht Thom mathematische Beziehungen, die den plötzlichen Umschlag von einem Aggregatzustand in einen anderen beschreiben, wenn Wasser plötzlich zu Eis friert, oder Wasser verdampft und ähnliches. Die Fachsprache der Mathematik kennt dafür die Ausdrücke *singuläre Stellen, singuläre Flächen.* Thoms Buch ist mit interessanten Bildern ausgestattet, wie Überschlag von Meereswellen in der Brandung, Brennflächen in der geometrischen Optik, die z.B. bei der Aussendung von Lichtstrahlen im Autoscheinwerfer entstehen und anderen. René Thom beschreibt den Umschlag durch mathematische Gleichungen, die sich als Flächen darstellen lassen. Eine nennt er *Schwalbenschwanz,* eine andere *Schmetterling.* (Das sind nicht die Schmetterlinge, die Wirbelstürme auslösen, solche Schmetterlinge flattern nur in Utopia). Thom prägt für seine von ihm untersuchten Zustandsänderungen den Namen „Katastrophen“, *catastrophe élementaire* u.s.w. Thoms „Katastrophen“ haben aber mit unseren „Lebenskatastrophen“ nichts zu tun.

Dalí liebt Thoms Buch, immer wieder lässt er sich daraus vorlesen. Er malt nur noch Thoms Bilder. Eines seiner letzten trägt den Titel *Topologische Loslösung Europas, Hommage à René Thom,* unten stehen die mathematischen Formeln für den Schwalbenschwanz, mathematische Abstraktionen in Dalís künstlerischer Welt.

Frank oder François, eigentlich František Kupka war einer der anderen Großen. Der Tscheche aus Opočno in Böhmen, noch in der österreichisch-ungarischen Monarchie geboren, geht über Prag und Wien nach Paris. In Frankreich bleibt er bis zu seinem Tode 1957. Dort hört er Vorlesungen an



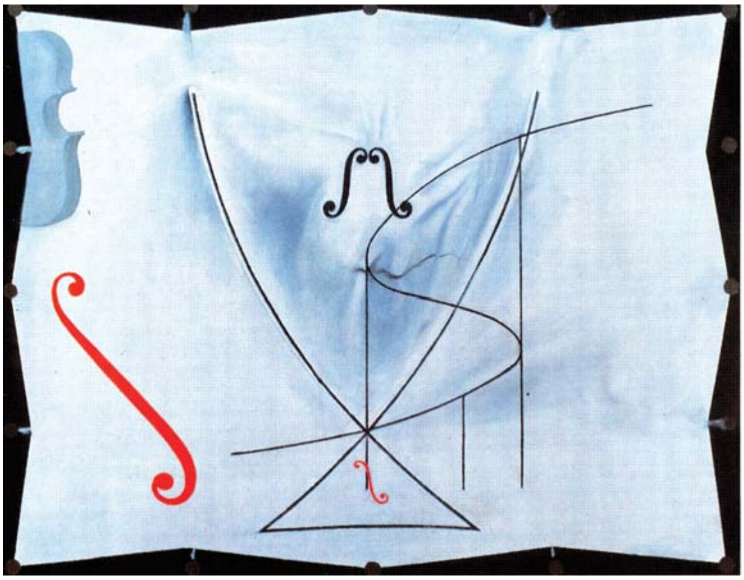


René Thom (1923–2002),
Meereswellen und Schwalbenschwanz

der École polytechnique und an der Medizinischen Fakultät. Er vertieft sich in das Studium der Naturwissenschaften, Physik, Biologie, Medizin, Astronomie. Jeder moderne Künstler müsse eine solche Ausbildung haben, meint er, und versteht moderne Maler nicht, die sich nicht zumindest eines Teleskops oder eines Mikroskops bedienen. Kupka, der auch das Deutsche beherrschte, studiert Kant, Schopenhauer, Nietzsche. Goethes ästhetische Theorien hat er bewundert. Kupka, hoch diszipliniert, hoch gebildet, besaß wissenschaftliche Kenntnisse wie keiner seiner anderen künstlerischen Weggefährten. Er malte zunächst gegenständlich, und es sei eigens hervorgehoben, fotografisch genau! Aber seine Sicht der Dinge ändert sich, und er malt Bilder, die merkwürdig berühren. Kupka baut sein Werk auf unregelmäßigen unsichtbaren Formen auf, die aber, wie er sagte, in der Natur existieren, Naturphänomene in andere Wirklichkeiten umgestaltet.

Jahrzehntelang stand die etablierte Kunstkritik dem Werk Kupkas ratlos gegenüber, sowohl die französische als auch die tschechische; zu intellektuell sei er, befanden sie, taten ihn als Randfigur ab. Abseits aller modischen Strömungen arbeitend, hatte Kupka eher Spott auf sich gezogen. Ein *nichtlinearer* Denker sei er, meinten manche. Wie richtig! Und Kupka wurde fast vergessen.

Heute weiß man: Kupkas Bilder sind visionär geschaute Momentaufnahmen von kompliziert ablaufenden Prozessen in der Natur, die sich durch fraktale Geometrie, Mathematik, beschreiben lassen. Die inneren

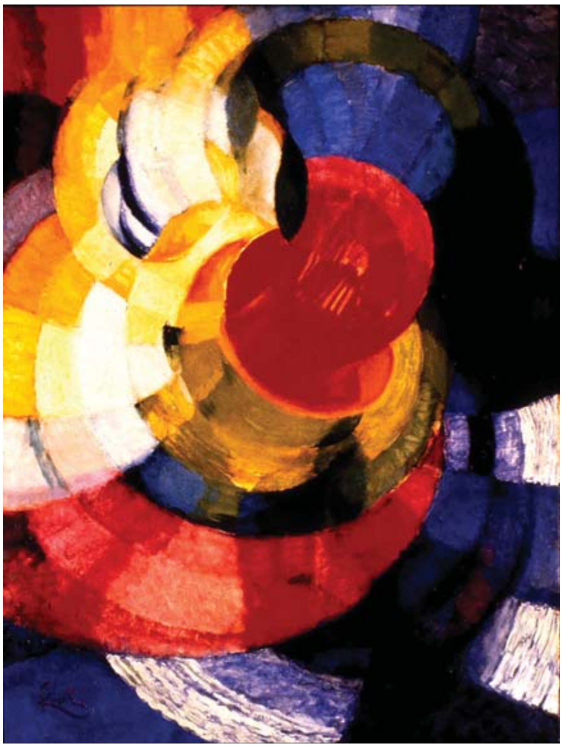


Salvador Dalí, Der Schwalbenschwanz, 1983

Augen des Künstlers haben sie gesehen, lange bevor die exakten Wissenschaften solche Prozesse genau beschreiben und sie in Bilder umsetzen konnten.

Kandinsky sah das so: *…die Kunst besitzt… eine ihr ausschließlich zugehörige Qualität, nämlich die, im Heute das Morgen zu erraten – …eine schöpferische und prophetische Kraft…* Kupka selbst konnte keine Ahnung von fraktaler Geometrie haben, diese mathematische Disziplin existierte überhaupt noch nicht.

Das eigentlich Mystische liegt im Rationalen, schrieb der erfolgreiche Schriftsteller und Mathematiker Hermann Broch an Stefan Zweig, und er sprach von der *Mystik in der Mathematik.*
Und noch einer aus Böhmen: Leo Perutz, gleich alt wie Franz Kafka, wie er in Prag geboren, ist als Versicherungsmathematiker in Fachkreisen bekannt geworden. Aber Perutz war auch ein erfolgreicher Schriftsteller, schrieb Romane, in denen Geschichte, Phantastik und Mathematik eine

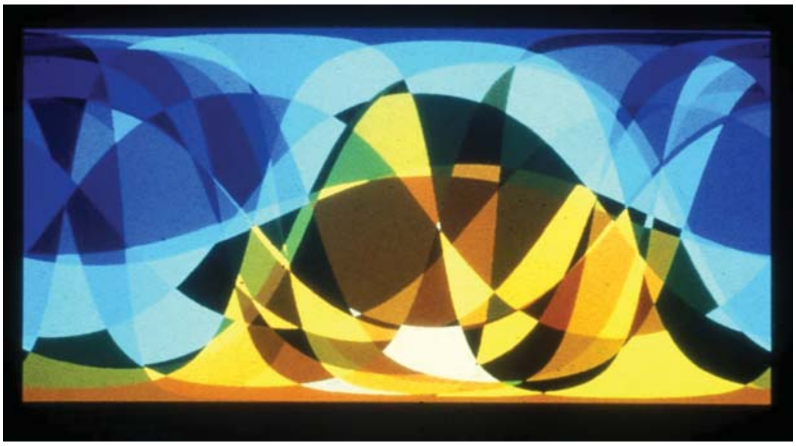


František Kupka (1871–1957), Die Scheiben von Newton, 1911/12

kunstvolle Verbindung eingehen. Seine Bücher waren Reißer. Ian Fleming, Erfinder von James Bond, soll von Perutz' Romanen begeistert gewesen sein. Auch Hitchcock hatte sich bei Perutz einiges abgeschaut. Szenen aus seinen Romanen wurden verfilmt. Einer davon trägt den Titel *Nachts unter der steinernen Brücke*. Die Karlsbrücke in Prag ist gemeint. In diesem Roman verschmelzen Buchstabenmystik, Zahlenmystik und Theologie, zu geschichtsmagischen Vorstellungen. Und sie kreisen um das alte Prag der

Zeit Kaiser Rudolfs II., kreisen um Mathematik, um die sich ein dem Rabbi Loew erscheinender Engel Sorge macht, kreisen um die Kabbala und den Hohen Rabbi Loew, den man nennt *Die Krone und das Diadem und den Feuerbrand und den Einzigen seiner Zeit.*

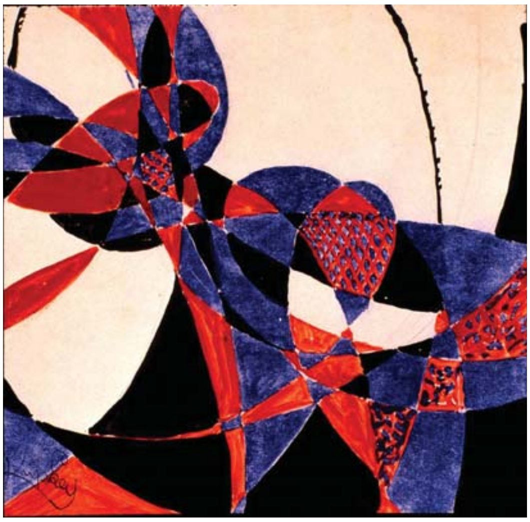
In Nachrufen auf den verstorbenen Dramatiker Heiner Müller rühmten französische Kommentatoren *die Algebra der Erzähl- und Bildpräzision in Müllers dramatischen Werken.* Und vor 160 Jahren schrieb der französische Dichter Gustave Flaubert, der Verfasser der „Madame Bovary": … *Stünden der Geisteswissenschaft wie der Mathematik zwei oder drei wesentliche Gesetze zur Verfügung … dann könnte sie vorankommen …* und … *Wenn die Literatur zur Präzision naturwissenschaftlicher Resultate gelangt, ist das gewaltig.* Solches der Mathematik entlehnte Vokabular ist in Deutschland verpönt. Das deutsche Mathematik-Trauma, so hat es Heinrich Böll eher spöttisch genannt. Er selbst hatte sogar Nachhilfeunterricht in Mathematik erteilt. Hans Magnus Enzensberger ist dem geringen Ansehen der Mathematik in Deutschland mit Buch und Rede zu Hilfe geeilt. Ob es geholfen hat?



Fraktale Geometrie

Um so überraschender dann das: der Verehrer und Bewunderer von Leo Perutz, Daniel Kehlmann, und sein Roman *Die Vermessung der Welt.* Die Hauptfiguren, zwei in Deutschland nicht so allgemein bekannte, in der übrigen Welt aber berühmte deutsche Wissenschaftler, Alexander von Humboldt und der Mathematiker Carl Friedrich Gauß, wie auch Goethe und Charles Darwin, waren Mitglieder der Bayerischen Akademie. Kehlmanns Roman ist keine Biographie. In ihren Dialogen halten die beiden Hauptfiguren des Romans der Gegenwart den Spiegel vor. Das mag zu einem Teil den Erfolg des Buches erklären, in kurzer Zeit ist es über eineinhalb Millionen mal verkauft worden und soll verfilmt werden.

Über Mathematik und Musik hat man viel geredet, und man glaubte sogar, dass die einen besonders begabt für das andere sein müssten. *Er war, wie ich und alle eigentlichen Musici, kein Liebhaber von trockenem mathematischem Zeuge,* erzählte Carl Philip Emanuel Bach von seinem Vater. Man wird es nicht wörtlich nehmen müssen, Bruchrechnen war ohnehin alles, was an den damaligen Lateinschulen gelehrt wurde. Zahlenspiele



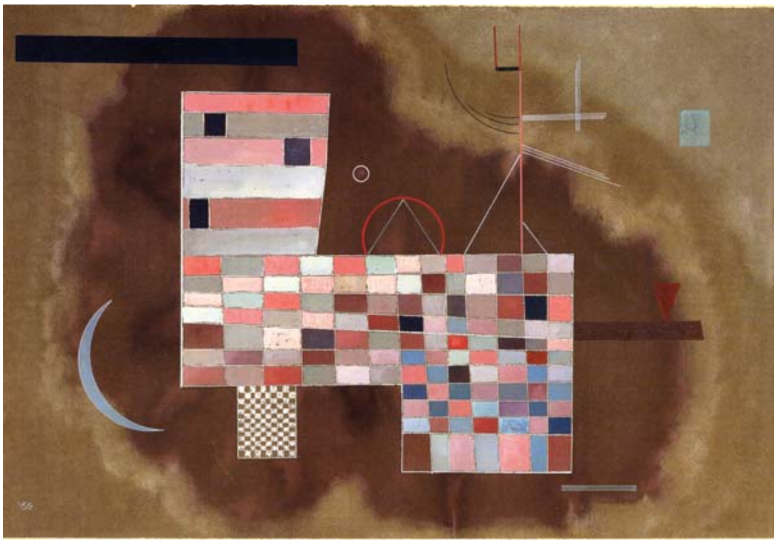
František Kupka, Amorpha: Fuge in zwei Farben, 1912

und Zahlenmystik in Bachs Werken hatten manche Leute beschäftigt; andere wieder, die glaubten, Bachs Musik werde durch die Verbindung mit der Mathematik entweiht, waren über solche Versuche empört.

Freilich ist in Musik auch Mathematik verborgen. Herbert von Karajan hatte zu seinen *Salzburger Gesprächen* Mathematiker geladen und manche große Dirigenten, wie z.B. Celibidache, hatten sogar Mathematik studiert, Komponisten wie Luigi Nono standen ihr nahe. In sehr vordergründiger Weise verbirgt sich Mathematik in den gebrochenen, komplizierten Rhythmen der bulgarischen Tänze, die in den Taktfolgen 5/16, 9/16 oder gar 7/16 + 11/16 geschrieben sind, erst recht in den Schrittfolgen der „Sardana“, dem 2/4-taktigen Nationaltanz der Katalanen, die ihn nach

Regeln tanzen, die für Nichtkatalanen unbegreiflich sind. So z.B. muss der Schlussschritt auf den 21., 25., 29. usw. Takt fallen oder aber auf den 65., 73., 81. usw. Takt. Es ist noch komplizierter. Die mathematische Zahlentheorie weiß die Antwort: Es geht etwa so, wie die Hexe in Goethes *Faust* rechnet, nur diesmal nicht modulo 2. In den drei Tanzfolgen der Sardana wird die erste Sequenz mit Tanzschritten modulo 4 und Restklassen 1 und 3 getanzt, die zweite Sequenz mit Tanzschritten modulo 8 und Restklassen 1, 3 und 7. Die Katalanen würden sich bei dieser Erklärung wundern. Der Vortragende kann nicht ganz verleugnen, dass er Mathematiker ist.

Die eigentlichen Bindungen zwischen Mathematik und Musik sind rational kaum fassbar. Novalis meinte, Mathematik offenbare sich in der Musik. Vielleicht hat er Recht.



Wassily Kandinsky (1866–1944), Massiver Bau, 1932

Große Maler teilten Dürers Liebe zu den rationalen Wissenschaften. Von *Kunst als mathematischer Struktur* spricht der Schweizer Max Bill und meinte, es sei möglich, Kunst weitgehend aufgrund mathematischer Denkweisen zu entwickeln, Natur und Kunst in der Mathematik zu verbinden. Max Bill: … *Die mathematische Denkweise in der heutigen Kunst ist nicht die Mathematik selbst. Sie ist die Gestaltung von Rhythmen und Beziehungen, von Gesetzen, die individuellen Ursprung haben, so wie auch die Mathematik ihren Ursprung hat im individuellen Denken der bahnbre-*

chenden Mathematiker… Und Max Bill hatte auch als Erster im deutschen Sprachraum das Werk Kupkas analysiert und auf seine große Bedeutung hingewiesen.

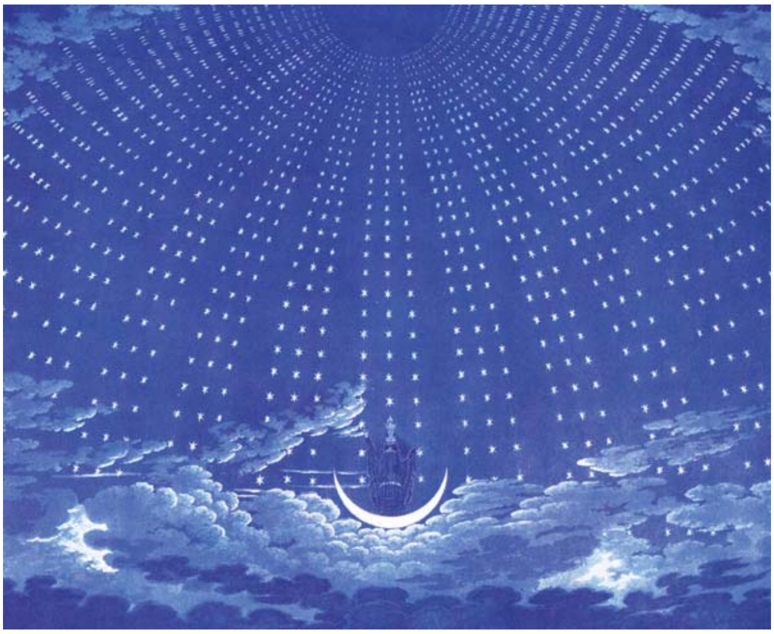
Wassily Kandinsky schrieb: … *Punkt und Linie zu Fläche,* und*: Es kann alles als eine mathematische Formel … dargestellt werden ….* Sein

Paul Klee (1879–1940), Haupt- und Nebenwege, 1929

Freund Paul Klee war überzeugt, dass es eine mathematische Grundlage aller Daseinsbereiche gibt. Die *Cardinal-Progression* (Folge 1, 2, 4, 8, 16, …) hatte es ihm besonders angetan, und Klee setzte sie in seine Bilder um.

In all den bunten Bildern haben wir Mozart aus den Augen verloren. Aber man muss ihn nicht ins Licht stellen. Er selbst ist Licht. Und alles, was über ihn zu sagen ist, ist schon gesagt worden, Hunderte Male, Tausende Male. Und was könnten schon armselige Zahlen über Mozart aussagen. Diese vielleicht: Am 6. Dezember, heute vor genau 217 Jahren, 1791, ist seine sterbliche Hülle zum Friedhof St. Marx vor die Tore Wiens gebracht worden. 11 Gulden, 56 Kreuzer, musste seine Witwe dafür bezahlen. Nach den Wetteraufzeichnungen des Grafen Zinzendorf und der Sternwarte Wien war an diesem 6. Dezember ruhiges Wetter, zwar häufiger Nebel, aber es war mild, 3°C, fast wie heute. Haben aber Bilder Mozart etwas bedeutet? Vielleicht hätte ihm Friedrich Schinkels berühmtes Bild aus der Berliner Aufführung der *Zauberflöte* von 1816 gefallen.

Als er [Mozart] *Rechnen lernte [setzte er so gar die Musik auf die Seite], war Tisch, Sessel, Wände, ja sogar der Fußboden voll Ziffer mit der*



Karl Friedrich von Schinkel (1781–1841), Bühnenbild zu Mozarts Zauberflöte, 1816

Kreide, überschrieben … berichtete man. Als 14-Jähriger, 1770, auf seiner italienischen Reise, schreibt er aus Rom seiner Schwester nach Salzburg: *Ich bitte Dich, Du wirst die Künste von der Rechenkunst finden, … ich habe sie verloren … Also bitte ich dich, sie mir zu copiren, nebst anderen Rechenexempeln, und mir sie her zu schicken.* Später bedankte er sich aus Neapel: *… io vi ringrazio, di avermi mandato questi Rechenhistorien …*

Damals hatte er auf einem seiner Notenblätter auch die Anzahl der Weizenkörner ausgerechnet, die sich der Erfinder des Schachspiels als Lohn erbeten hatte. Auf das erste Schachfeld 1, auf das zweite Feld 2, das dritte 4, dann 8, dann 16 Weizenkörner und so weiter, eine unvorstellbare Menge: $2^{64} - 1$ Körner, soviel Weizen trägt die ganze Erde nicht. Mozarts Rechnung ist richtig bis zum 25. Feld; bis zum 48. Feld hatte er weitergerechnet, und erhält 140 Trillionen Weizenkörner, richtig wären 160 Trillionen gewesen. Aber was bedeutet das schon, nichts ist es gegenüber seiner Musik, die um ein Unendliches mehr ist.

In seiner Bibliothek fand man ein Lehrbuch über Algebra. Ein für die damalige Zeit recht gutes Buch[2]. Mozart hatte daran gearbeitet, Menuette

Wolfgang Amadeus Mozart, virtuelles Porträt (im Alter von 22 Jahren)

aus zweitaktigen Melodiebruchstücken formal nach bestimmten Regeln zu konstruieren. Talent und Neigung zur Algebra waren ihm gegeben. Auf seinen Spuren wandelnd, hat man es ihm nachgemacht, unter Einsatz aller Mittel, die die Wissenschaft heute zur Verfügung stellen kann. Das erzeugte Musikstück soll ein wenig wie Mozart geklungen haben, aber

[2] Joseph Spenglers Anfangsgründe der Rechenkunst und Algebra. Augsburg 1772. Neben anderen enthält es Formeln zur Auflösung quadratischer Gleichungen und Systemen linearer Gleichungen mit mehreren Unbekannten nach dem Prinzip des Gauß-Algorithmus, ferner arithmetische und geometrische Progressionen.

in merkwürdiger Weise blass, ohne Leben. Alle Wissenschaft zusammen kann das Genie nicht ersetzen. Eine banale Erkenntnis.

Aber die exakten Wissenschaften vermögen doch etwas. Es gibt nicht viele Portraits von Mozart, einige davon hat man in einen Rechner eingelesen. Mit den Hilfsmitteln der Bildverarbeitung, das sind angewandte Informatik und Mathematik, wurde ein Phantombild, ein virtuelles Bild von Mozart erzeugt. 25 Jahre war er alt, als er den Idomeneo und die Gran Partita schrieb; 22 Jahre alt ist er auf dem virtuellen Bild. Seine Zeitgenossen hätten ihn sicher darauf erkannt. Die besten Fachleute des Bundeskriminalamtes haben mit größter Gewissenhaftigkeit und Sorgfalt an diesem Bild gearbeitet. Ihr Objekt war nicht irgendwer, es war, wie jemand zu recht geschrieben hatte:

…*ein unfaßbar großer Geist, ein unverdientes Geschenk an die Menschheit, in dem die Natur ein einmaliges, wahrscheinlich unwiederholbares Kunstwerk hervorgebracht hat.*

Meinem verehrten Kollegen Herrn Walter Müller-Seidel bin ich für manche Hinweise zu großem Dank verpflichtet. Herrn Everling danke ich für die Überlassung der Abbildung auf Seite 128.

Literatur in Auswahl

K. Radbuch: Mathematische Spuren in der Literatur. Wissenschaftliche Buchgesellschaft Darmstadt, 1997.

M. Kemp: The Science of Art. Optical themes in western art from Brunnelleschi to Seurat. Yale University Press, New Haven and London, 1990.

A. Schopenhauer: Die Welt als Wille und Vorstellung I, II. Hoffmann, Zürich 1991.

W. Hildesheimer, Mozart. Suhrkamp, Frankfurt am Main, 1977.

A. Einstein: Mozart – Sein Charakter, Sein Werk. Fischer, Frankfurt am Main 1968.

G. Casanova, Chevalier de Seingalt: Vermischte Schriften. S. 251 et. Propyläen, Berlin.

N. Wolf: Caspar David Friedrich. Der Maler der Stille. Taschen, Köln 2007.

W. Busch: Caspar David Friedrich. Ästhetik und Religion. C.H. Beck, München 2003.

Caspar David Friedrich – Die Erfindung der Romantik. Museum Folkwang Essen, Hamburger Kunsthalle 2006.

W. Hofmann: Caspar David Friedrich. C.H.Beck, München 2000.

B. Geyer: Scheinwelten, Die Geschichte der Perspektive. Seemann, Leipzig 1984.
F. Büttner: Rationalisierung der Mimesis. Anfänge der konstruierten Perspektive bei Brunelleschi und Alberti. In: Mimesis und Simulation. Rombach, Freiburg i. Br. 1998.
C.D. Asam: Maria de Victoria Ingolstadt. Verlag Donau Kurier, Ingolstadt 1986.
A. Johann: „Mathematiker denken anders als andere Menschen“. Zur Rolle des Naturwissenschaftlichen in Robert Musils Roman „Der Mann ohne Eigenschaften“, TUM, München 2007.
Ruhberg, Schneckenburger, Fricke, Honnef: Kunst des 20. Jahrhunderts. Taschen, Köln 2005.
W. Everling: Salvador Dalí als Autor, Leser und Illustrator. Königshausen & Neumann, Würzburg 2007.
R. Descharnes, G. Néret: Salvador Dalí. Benedikt Taschen Verlag, Köln 1993.
H. Düchting: Wassily Kandinsky. Prestel, München 2008.
D. Kosinsky, J. Anděl: František Kupka. Die abstrakten Farben des Universums. Verlag Gerd Hatje, Ostfildern-Ruit 1998.
D. Neuhaus: Erinnerung und Schrecken. Die Einheit von Geschichte, Phantasie und Mathematik im Werk Perutz'. Verlag Peter Lang, Frankfurt am Main 1984.
K. Sigmund: Musil, Perutz, Broch; Wiener Literaten und ihre Neigung zur Mathematik. In: Neue Zürcher Zeitung 8./9. März 1997, S. 49–50.
U. Bischoff: Paul Klee. Bruckmann, München 1992.
R. Z. Bulirsch: Weltfahrt als Dichtung – Laudatio auf Daniel Kehlmann. In: Sinn und Form, Heft 6, 2006, S. 846–852.
H.O. Peitgen, D. Saupe: The Science of Fractal Images. Springer, Heidelberg 1988.
Zahlen, Formen, ungelöste Rätsel. Georgia Augusta, Göttingen, Dezember 2008.
R. Fichtner: Die verborgene Geometrie in Raffaels Schule von Athen. Deutsches Museum, München 1984.
G. Mazzola: Geometrie der Töne. Basel, Birkhäuser 1990.

Bildnachweise

W. Everling: Salvador Dalí als Autor, Leser und Illustrator. Königshausen & Neumann, Würzburg 2007.
M. Kemp: The Science of Art. Optical themes in western art from Brunnelleschi to Seurat. Yale University Press, New Haven and London, 1990.
N. Wolf: Caspar David Friedrich. Der Maler der Stille. Taschen, Köln 2007.
W. Busch: Caspar David Friedrich. Ästhetik und Religion. C.H. Beck, München 2003.
Caspar David Friedrich – Die Erfindung der Romantik. Museum Folkwang Essen, Hamburger Kunsthalle 2006.
W. Hofmann : Caspar David Friedrich. C.H.Beck, München 2000.
B. Geyer: Scheinwelten, Die Geschichte der Perspektive. Seemann, Leipzig 1984.
H.O. Peitgen, D. Saupe: The Science of Fractal Images. Springer, Heidelberg 1988.
Zahlen, Formen, ungelöste Rätsel. Georgia Augusta, Göttingen, Dezember 2008.
R. Fichtner: Die verborgene Geometrie in Raffaels Schule von Athen. Deutsches Museum, München 1984.
D. Kosinsky, J. Anděl: František Kupka. Die abstrakten Farben des Universums. Verlag Gerd Hatje, Ostfildern-Ruit 1998.
Reiß-Museum Mannheim: Phantombild von Mozart.

Den Vortrag finden Sie auch im Internet unter: www.badw.de/aktuell/pressemitteilungen/2008/PM_30_2008/Triumph_der_geistigen_Organisation.pdf